SIRALI İKİLİ

$a \in A,\ b \in B$ olmak üzere $(a,\ b)$ şeklinde oluşturulan ikililere **sıralı ikili** denir.

$(\underbrace{a}_{\text{1.bileşen}},\ \underbrace{b}_{\text{2.bileşen}}) \Rightarrow$ sıralama değişirse, yeni bir ikili oluşur. Yani $(a,\ b) \neq (b,\ a)$ dir.

Eğer iki tane sıralı ikili birbirine eşitse, 1.bileşenler birbirine, 2.bileşenler de birbirine eşittir.

Yani, $(a,\ b) = (x,\ y)$ ise $a = x$ ve $b = y$ dir.

ÖRNEK:

$(a,\ 3) = (4,\ b)$ ise $a = 4$ ve $b = 3$ tür.

KARTEZYEN ÇARPIM

A ve B boş olmayan iki küme olsun.

$a \in A$ ve $b \in B$ olmak üzere $(a,\ b)$ sıralı ikililerin tamamını bulunduran kümeye A ve B kümelerinin kartezyen çarpımı denir. Ya da kısaca A kartezyen B denir. $A \times B$ şeklinde gösterilir.

$A \times B = \{(x,\ y) \mid x \in A,\ y \in B\}$ şeklinde de tanımlayabiliriz.

ÖRNEK:

$A = \{a,\ b\}$ ve $B = \{1,\ 2\}$ olsun.

$A \times B = \{(a,\ 1),\ (a,\ 2),\ (b,\ 1),\ (b,\ 2)\}$ dir.

NOT:

$A = B$ değilse, $A \times B$ ile $B \times A$ birbirinden farklıdır.

Boş küme ile yapılan kartezyen çarpım, yine boş kümedir. $\varnothing \times A = \varnothing$ veya $A \times \varnothing = \varnothing$ dir.

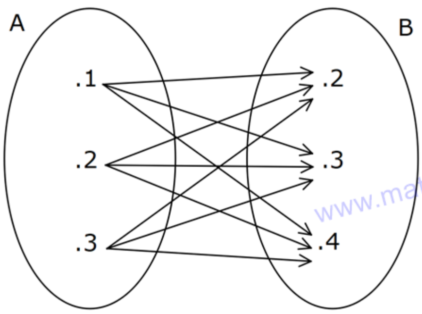
$A \times A$ kartezyen çarpımı da A^2 olarak gösterilebilir.

Kartezyen çarpım, venn şeması ile de gösterilebilir.

ÖRNEK:

$A = \{1,\ 2,\ 3\}$ ve $B = \{2,\ 3,\ 4\}$ olsun.

$A \times B$ aşağıdaki gibidir:



A x B

Kartezyen Çarpımın Eleman Sayısı

$s(A) = a,\ s(B) = b$ olsun.

$s(A \times B) = a.b$ dir.

$s(B \times A) = b.a$ dır. Yani $s(A \times B)$ ile aynıdır.

$s(A \times A) = a.a = a^2$ dir.

ÖRNEK:

$A = \{1,\ 2,\ 3\}$ ve $B = \{a,\ b\}$ olsun.

$s(A \times B) = 3.2 = 6$ dır.

NOT:

Kartezyen çarpımının; Birleşim, kesişim, fark işlemleri üzerine dağılma özelliği vardır.

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup B \times C)$

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap B \times C)$

$A \times (B - C) = (A \times B) - (B \times C)$ dir.

KARTEZYEN ÇARPIM GRAFİĞİ

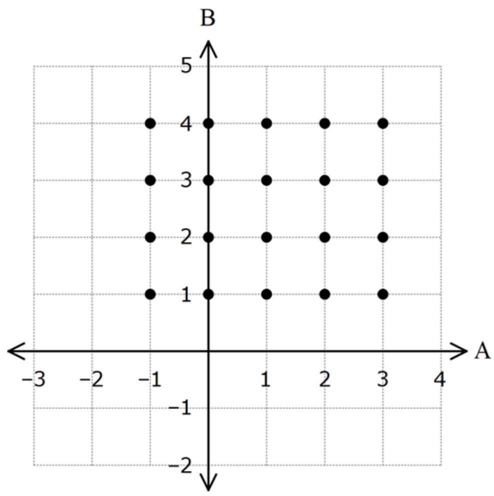
$A \times B$ kartezyen çarpımının elemanları, koordinat sisteminde gösterilirken, A'nın elemanları x eksenindeki değerleri, B'nin elemanları y eksenindeki değerleri ifade eder.

Örnek: $(2,\ 3)$ sıralı ikisi, $x = 2$ ve $y = 3$ olan bir noktayı ifade eder.

ÖRNEK:

$A = \{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ ve $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ olsun.

$A \times B$ nin grafiği aşağıdaki gibidir:



Bundan Sonrası Fen Lisesi Müfredatında Yer Almaktadır.

BAĞINTI

A ve B birer küme olsun. $A \times B$ kartezyen çarpım kümesinin her alt kümesine A'dan B'ye **bağıntı** denir. Genellikle $\beta_1, \beta_2, \ldots$ şeklinde gösterilir.

$\beta = \{(x, y) \mid (x, y) \in A \times B\}$ olarak da ifade edebiliriz.

ÖRNEK:

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 3\}$ olsun.

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ tür.

Bu elemanları kullanarak, herhangi bir bağıntı yazabiliriz. Mesela,

$\beta = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2)\}$ bir bağıntıdır.

NOT:

$(x, y) \in \beta$ ise $y \, \beta \, x$ olarak ifade edilir.

$y \, \beta \, x$ "y elemanı β bağıntısı ile x e bağlıdır."denir.

A'da bir bağıntı denildiğinde A'dan A'ya bir bağıntı anlaşılır.

BAĞINTI SAYISI

$s(A) = a$ ve $s(B) = b$ olsun.

A'dan B'ye tanımlanabilecek bağıntı sayısı 2^{ab} dir.

ÖRNEK:

$s(A) = a$ ve $s(B) = b$ olsun.

A'dan B'ye tanımlanabilecek bağıntı sayısı 2^{ab} dir.

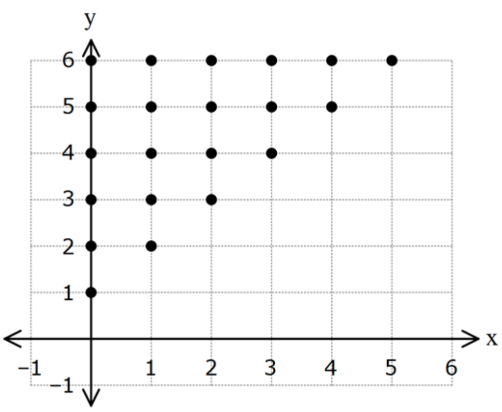
NOT:

Bağıntıları grafikle gösterebiliriz.

ÖRNEK:

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 3\}$ olsun.

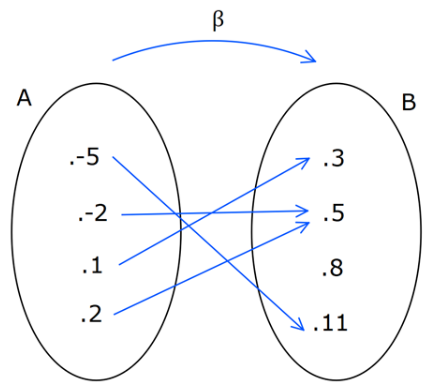
Bağıntı sayısı $= 2^{3.2} = 2^6 = 64$ tür.



NOT:

Bağıntıları venn şeması ile gösterebiliriz.

ÖRNEK:



BAĞINTININ TERSİ

β^{-1}, β bağıntısının tersi demektir.

Tüm (x, y) sıralı ikililerin yeri değiştirilerek tersi alınır $\Rightarrow$ (y, x) olur.

Örnek: $(2, 3) \in \beta$ ise $(3, 2) \in \beta^{-1}$ dir.

$\beta = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ bağıntısının tersi

$\beta^{-1} = \{(y, x) \mid y \in B, x \in A\}$ dır.

$\beta \subset A \times B$ ise $\beta^{-1} \subset B \times A$ dır.

NOT:

β ile β^{-1} bağıntısı $y = x$ doğrusuna göre simetriktir.

ÖRNEK: