

İŞÇİ PROBLEMLERİ KONU ANLATIMI

İşçi problemlerinde oran orantı kullanarak çözüme gidebiliriz.

Örnek:

Zeynep bir işin $\frac{2}{5}$ 'ini 6 günde yapıyorsa tamamını kaç günde yapar?

Çözüm:

Tüm iş 5 parça olsun.

2 parça iş 6 günde yapılıyorsa

5 parça iş x günde yapılır.

$$D.O: x = \frac{5.6}{2} = 15 \text{ günde yapılır.}$$

Örnek:

Rıza, proje ödevini 12 günde tamamlayabilecektir.

Ancak, ödevini yapması için 4 gün kalmıştır. O halde, ödevinin kaçta kaçını bitirebilir?

Çözüm:

12 günde 1 ödev yapabiliyorsa,

4 günde x ödev yapar.

$$D.O: x = \frac{4.1}{12} = \frac{1}{3} \text{ ünü yapabilir.}$$

Not:

Bir kişi bir işi 6 günde bitirilebiliyorsa, bir günde $\frac{1}{6}$

iş yapabiliyordur.

Başka biri bu işi 12 günde bitirilebiliyorsa, bir günde

$\frac{1}{12}$ iş yapabiliyordur.

İkisi beraber bir günde, $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$ iş yapabilir.

t gün beraber çalışıp, bu işi bitirdiklerinde işin $\frac{1}{1}$ 'i

bitmiş olur. Yani 1'e ulaşmış olurlar. Bu durumu,

$$t \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) = 1 \text{ şeklinde ifade edebiliriz.}$$

$$t \left(\frac{2+1}{12} \right) = 1$$

$$t \cdot \frac{3}{12} = 1 \Rightarrow t = 4 \text{ günde bu işi bitirirler.}$$

Örnek:

Hayri, bir işi tek başında 15 günde yapabiliyor.

Mehmet ise bu işi tek başına 10 günde yapabiliyor.

İkisi beraber bu işi kaç günde bitirebilir?

Çözüm:

$$t \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10} \right) = 1$$

$$t \left(\frac{2+3}{30} \right) = 1$$

$$t \cdot \frac{5}{30} = 1 \Rightarrow t = 6 \text{ günde bitirebilirler.}$$

Not: İşçi problemlerinde, yapılacak iş miktarını EKOK'la ifade ederek çözüme gidebiliriz.

Örnek:

Eski bir traktör, bir tarlayı 28 saatte sürebilmektedir.

Yeni alınan bir traktör, bu tarlayı 21 saatte sürebilmektedir. İkisi beraber bu tarlayı kaç saatte sürebilir?

Çözüm:

Tarlayı, 21 ve 28'in en küçük ortak katı şeklinde ifade edelim.

$$EKOK(21, 28) = EKOK(3.7, 2^2.7) = 2^2.3.7 = 84$$

Tarla 84 parça olsun.

Eski traktör 1 saatte $\frac{84}{28} = 3$ parça sürebiliyor.

Yeni traktör 1 saatte $\frac{84}{21} = 4$ parça sürebiliyor.

İkisi beraber 1 saatte $3 + 4 = 7$ parça sürebilir.

Tüm tarlayı $\frac{84}{7} = 12$ saatte sürebilirler.

Formül ile çözersek:

$$t \left(\frac{1}{28} + \frac{1}{21} \right) = 1 \Rightarrow t \cdot \frac{3+4}{84} = 1 \Rightarrow t \cdot \frac{7}{84} = 1$$

$$\Rightarrow t = 12 \text{ saat buluruz.}$$

Örnek:

Mert bir işin yarısını 6 günde, Hakan ise bu işin

$\frac{1}{3}$ ünü 8 günde bitirmektedir. İkisi beraber bu işin

$\frac{1}{4}$ ünü kaç günde bitirebilirler?

Çözüm:

Mert bu işin tamamını 12 günde,

Hakan ise 24 günde bitirebilir.

İkisi beraber t günde bu işin $\frac{1}{4}$ 'ünü yapıyorsa,

$$t \left(\frac{1}{\frac{12}{(2)}} + \frac{1}{\frac{24}{(1)}} \right) = \frac{1}{4}$$

$$t \left(\frac{2+1}{24} \right) = \frac{1}{4}$$

$$t \cdot \frac{3}{24} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{t}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4t = 8$$

$\Rightarrow t = 2$ günde yaparlar.

Örnek:

Elif bir işi 8 günde yapabiliyor. Ezgi ise bu işi tek başına 6 günde yapabiliyor. İkisi beraber 3 gün çalışırlarsa işin kaçta kaçını yapmış olurlar?

Çözüm:

Elif bir günde $\frac{1}{8}$ iş yapabiliyor.

Ezgi bir günde $\frac{1}{6}$ iş yapabiliyor.

İkisi beraber bir günde $\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{7}{24}$ iş yapabilir.

3 günde ise $\Rightarrow \cancel{3} \cdot \frac{7}{24} = \frac{3}{8}$ 'ini yapmış olurlar.

Not:

Bir işi x günde bitirebilen bir işçi t_1 gün çalışırsa,

Bu işi y günde bitirebilen başka bir işçi de t_2 gün

çalışırsa, bu işin $\frac{t_1}{x} + \frac{t_2}{y}$ sini yapmış olurlar.

Örnek:

Furkan 2 gün, Hasan 3 gün çalıştığında bir işin yarısını bitirmiş oluyorlar. Eğer Furkan 4 gün, Hasan 1 gün

çalışsaydı bu işin $\frac{4}{9}$ 'unu bitirmiş olacaklardı.

Buna göre, Hasan bu işi tek başına kaç günde bitirebilir?

Çözüm:

İlk bilgiye göre, $\frac{2}{F} + \frac{3}{H} = \frac{1}{2}$

2.bilgiye göre $\frac{4}{F} + \frac{1}{H} = \frac{4}{9}$ dur. Bu iki denklemi

çözelim.

$$2/ \frac{2}{F} + \frac{3}{H} = \frac{1}{2}$$

$$-1/ \frac{4}{F} + \frac{1}{H} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{4}{F} + \frac{6}{H} = 1$$

$$+ \frac{4}{F} - \frac{1}{H} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{5}{H} = \frac{5}{9} \Rightarrow H = 9 \text{ gün buluruz.}$$

Örnek:

Cemile bir işi tek başına 12 günde, Deniz ise bu işi tek başına 16 günde bitirebilmektedir. İkisi beraber 4 gün çalıştıktan sonra Deniz işten ayrılıyor. Kalan işi Cemile kaç günde bitirebilir?

Çözüm:

İkisi beraber 4 gün Cemile yalnız işin tamamı

$$4 \left(\frac{1}{\frac{12}{(4)}} + \frac{1}{\frac{16}{(3)}} \right) + \frac{t}{12} = 1 \text{ şeklinde denklemi}$$

kurabiliriz.

$$4 \left(\frac{4+3}{48} \right) + \frac{t}{12} = 1$$

$$\cancel{4} \cdot \frac{7}{48} + \frac{t}{12} = 1$$

$$\frac{7+t}{12} = 1 \Rightarrow t = 5 \text{ günde bitirebilir.}$$

Örnek:

12 işçi bir işi 8 günde bitirebiliyor. İşe başladıktan sonra her gün bir işçi işten ayrılıyor. Bu işin kaçta kaçı biter?

Çözüm:

Bazen formül kullanmak yerine, daha rahat çözmek için ortak kat kullanabiliriz.

Bu işi 12 ile 8'in çarpımı olan 96 parçalık bir işe benzetelim.

1 işçi 1 günde 1 parça iş yapabiliyor.

İlk gün \Rightarrow 12 parça iş yapılır. Bir işçi ayrılır.

2.gün \Rightarrow 11 parça

3. gün \Rightarrow 10 parça

...

12.gün \Rightarrow 1 parça iş yapılır ve işçi kalmaz.

Toplamda $\Rightarrow 1+2+\dots+12 = \frac{12 \cdot 13}{2} = 78$ parça iş yapılır.

Tüm iş 96 parça idi. $\Rightarrow \frac{78}{96} = \frac{13}{16}$ 'sı bitmiş olur.

Formül ile,

Bir işçi bu işi tek başına 96 günde bitirebilir.

$$\begin{aligned} \text{İlk ayrılan işçi} & \quad \text{Son işçi} \\ \text{1 gün çalışmıştır.} & \quad \text{12 gün çalışmıştır.} \\ \frac{1}{96} + \frac{2}{96} + \frac{3}{96} + \dots + \frac{12}{96} & = \frac{1+2+\dots+12}{96} \\ & = \frac{12 \cdot 13}{96} = \frac{2}{8} = \frac{13}{16} \text{ sını yaparlar.} \end{aligned}$$

Örnek:

3 usta ve 9 çırak bir işi 3 günde bitirebiliyor. 5 usta ve 12 çırak ise bu işi 2 günde bitiyor. O halde bu işi bir usta tek başına kaç günde bitirebilir?

Çözüm:

$$\text{İlk bilgi: } 3\left(\frac{3}{U} + \frac{9}{Ç}\right) = 1 \Rightarrow \frac{3}{U} + \frac{9}{Ç} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

$$\text{2. bilgi: } 2\left(\frac{5}{U} + \frac{12}{Ç}\right) = 1 \Rightarrow \frac{5}{U} + \frac{12}{Ç} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Bu iki denklemi çözelim.

$$-4 / \frac{3}{U} + \frac{9}{Ç} = \frac{1}{3}$$

$$3 / \frac{5}{U} + \frac{12}{Ç} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-12}{U} + \frac{-36}{Ç} = -\frac{4}{3}$$

$$+ \frac{15}{U} + \frac{36}{Ç} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{U} = \frac{3}{2} - \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3}{U} = \frac{9-8}{6} \Rightarrow \frac{3}{U} = \frac{1}{6} \Rightarrow U=18$$

Bir usta bu işi 18 günde bitirebilir.

Örnek:

Ali'nin iş yapma hızı, Berk'in 3 katı, Can'ın ise yarısı kadardır. Üçü beraber bir işi 9 günde bitirebiliyorsa, Can bu işi tek başına kaç günde bitirebilir?

Çözüm:

Berk'in 1 günde yaptığı iş miktarına 1 parça diyelim.

Ali \Rightarrow 3 parça iş yapar.

Can \Rightarrow 6 parça iş yapar.

Üçü beraber bir günde 10 parça iş yapar.

9 günde \Rightarrow 90 parça iş yapmış olurlar.

90 parçalık bu işi Can tek başına,

$$\frac{90}{6} = 15 \text{ günde yapabilir.}$$

Örnek:

Hüseyin bir işi tek başına 17 günde bitirebiliyor. Eğer 1.günden sonra her gün bir önceki güne göre hızını 2 katına çıkarırsa bu işi kaç günde bitirir?

Çözüm:

Normalde bir günde yaptığı iş miktarına a diyelim.

17 günde 17a parça iş yapar.

Hızını artırarak devam ederse,

1.gün 2.gün 3.gün 4.gün

a + 2a + 4a + 8a + ... şeklinde ilerler.

İlk 4 günün toplamı 17a dır. O halde 4 günde bu iş biter.

Örnek:

Aynı boydaki iki mumdan biri 6 saatte, diğeri 8 saatte erimektedir. Aynı anda yakıldıktan kaç saat sonra biri diğerrinin 3 katı olur?

Çözüm:

Mumlardan biri her saat $\frac{1}{6}$ 'sını kaybediyor, diğeri

ise $\frac{1}{8}$ 'ini kaybediyor. t saat sonra biri diğerrinin 3

katı oluyorsa,

$1 - \frac{t}{8} = 3\left(1 - \frac{t}{6}\right)$ şeklinde bir eşitlik kurabiliriz.

$$1 - \frac{t}{8} = 3 - \frac{t}{2}$$

$$\frac{t}{2} - \frac{t}{8} = 2$$

$$\frac{3t}{8} = 2 \Rightarrow 3t = 8 \Rightarrow t = \frac{8}{3} \text{ saat sonra gerçekleşir.}$$