

DENKLEM ÇÖZME

BİRİNCİ DERECEDEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

A. TANIM

a ve b gerçel (reel) sayılar ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$ax + b = 0$ eşitliğine **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.

Bu denklemi sağlayan x değerlerine **denklemin kökü**, denklemin kökünün oluşturduğu kümeye denklemin **çözüm kümesi** denir.

B. EŞİTLİĞİN ÖZELİKLERİ

Denklem çözümünde aşağıdaki özelliklerden yararlanılır.

1. Bir eşitliğin her iki tarafına aynı sayı ilave edilirse eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a + c = b + c$ dir.

1. Bir eşitliğin her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a - c = b - c$ dir.

1. Bir eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılırsa eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a \cdot c = b \cdot c$ dir.

1. Bir eşitliğin her iki tarafı sıfırdan farklı aynı sayı ile bölünürse eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ dir. ($c \neq 0$)

1. Bir eşitliğin her iki tarafının n. kuvveti alınırsa eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a^n = b^n$ dir.

1. $a = b$ ise, $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$ dir.

2. ($a = b$ ve $b = c$) ise, $a = c$ dir.

3. ($a = b$ ve $c = d$) ise, $a \pm c = b \pm d$ dir.

4. ($a = b$ ve $c = d$) ise, $a \cdot c = b \cdot d$ dir.

5. ($a = b$ ve $c = d$) ise, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, ($c \neq 0, d \neq 0$)

6. $a \cdot b = 0$ ise, ($a = 0$ veya $b = 0$) dir.

7. $a \cdot b \neq 0$ ise, ($a \neq 0$ ve $b \neq 0$) dir.

8. $\frac{a}{b} = 0$ ise, $(a = 0 \text{ ve } b \neq 0)$ dir.

C. $ax + b = 0$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİ

1. $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax + b = 0 \text{ ise, } \mathcal{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\} \text{ dir.}$$

1. $(a = 0 \text{ ve } b = 0)$ ise, $ax + b = 0$ denklemini bütün sayılar sağlar. Buna göre, reel (gerçel) sayılarda çözüm kümesi \mathbb{R} dir.
2. $(a = 0 \text{ ve } b \neq 0)$ ise, $ax + b = 0$ denklemini sağlayan hiçbir sayı yoktur. Yani, $\mathcal{C} = \emptyset$ dir.

D. BİRİNCİ DERECEDE İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ olmak üzere,

$ax + by + c = 0$ denklemine **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir.

Bu denklem düzlemde bir doğru belirtir. Doğru üzerindeki bütün noktaların oluşturduğu ikililer denklemin çözüm kümesidir.

Buna göre, $ax + by + c = 0$ denkleminin çözüm kümesi birçok ikiliden oluşur.

$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$ax + by + c = 0$$

denklemi her $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ için sağlanıyorsa

$$a = b = c = 0 \text{ dir.}$$

Birden fazla iki bilinmeyenli denklemden oluşan sisteme **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir.

Çözüm Kümesinin Bulunması

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesi; yok etme yöntemi, yerine koyma yöntemi, karşılaştırma yöntemi, grafik yöntemi, determinant yöntemi gibi yöntemlerden biri ile yapılır.

Biz burada üçünü vereceğiz.

a. Yok Etme Yöntemi: Değişkenlerden biri yok edilecek biçimde verilen denklem sistemi düzenlenir ve taraf tarafa toplanır.

Taraf tarafa toplandığında veya çıkarıldığında (ya da bir düzenlemeden sonra) değişkenlerden biri sadeleşiyorsa “Yok etme yöntemi” kolaylık sağlar.

b. Yerine Koyma Yöntemi: Verilen denklemlerin birinden, değişkenlerden biri çekilip diğer denklemde yerine yazılarak sonuca gidilir.

Denklemlerin birinden, değişkenlerden biri kolayca çekilebiliyorsa, “Yerine koyma yöntemi” kolaylık sağlar.

c. Karşılaştırma Yöntemi: Verilen denklemlerin ikisinden de aynı değişken çekilir. Denklemlerin diğer tarafları karşılaştırılır (eşitlenir).

Her iki denklemden de aynı değişken kolayca çekilebiliyorsa, “Karşılaştırma yöntemi” kolaylık sağlar.

$$ax + by + c = 0$$

$$dx + ey + f = 0$$

denklem sistemini göz önüne alalım:

Bu iki denklemin her birinin düzlemde bir doğru belirttiği göz önüne alınırsa **üç durum** olduğu görülür.

$$ax + by + c = 0$$

$$dx + ey + f = 0$$

denklem sisteminde,

Birinci durum:

$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise, bu iki doğru tek bir noktada kesişir.

Bu durumda, verilen denklem sisteminin çözüm kümesi bir tek noktadan oluşur.

İkinci durum:

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise, bu iki doğru çakışıktır.

Doğru üzerindeki her nokta denklem sistemini sağlar.

Bu durumda, verilen denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz noktadan oluşur.

Üçüncü durum:

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ ise, bu iki doğru paraleldir.

Denklemleri sağlayan hiçbir nokta bulunamaz.

Bu durumda, verilen denklemlerin çözüm kümesi boş kümedir.

<http://matematik-canavari.blogspot.com/>