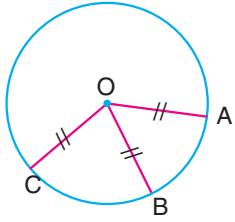


ÇEMBER

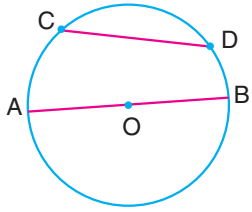
Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzunlukta bulunan noktaların kümesine **çember** denir.



O: Çemberin merkezi
 $IOAI = IOBI = IOCI = r$
 r: yarıçap

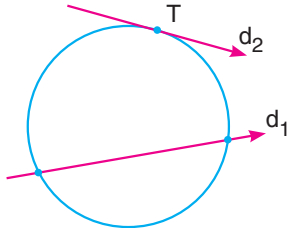
Çemberin yardımcı elemanları

→ Çember üzerindeki farklı iki noktayı birleştiren doğru parçasına **kiriş** denir.



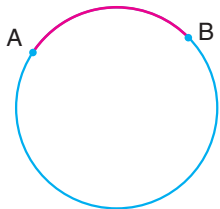
[CD]: kiriş
 [AB]: Çemberin merkezinden geçen kiriştir. Çap olarak adlandırılır.

→ Çember ile iki ortak noktaya sahip olan doğruya kesen, tek noktaya sahip olan doğruya **teğet doğrusu** denir.



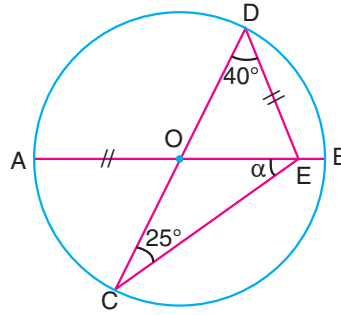
d_1 : Kesen
 d_2 : Teğet

→ Çember üzerindeki iki farklı nokta arasında kalan çember parçalarına **yay** denir.



$|\widehat{AB}|$: AB yayının uzunluğu
 $m(\widehat{AB})$: AB yayının ölçüsü

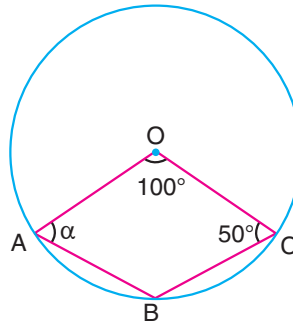
Örnek:



O: Çemberin merkezi
 [AB] ve [CD] çap,
 $IOAI = IDEI$
 $m(\widehat{ODE}) = 40^\circ$
 $m(\widehat{DCE}) = 25^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{OEC}) = \alpha$ kaç derecedir?

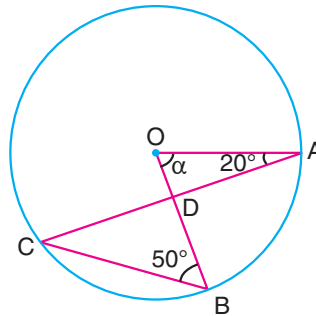
Örnek:



O: Çemberin merkezi
 [AB] ve [BC] kiriş,
 OABC dörtgen
 $m(\widehat{BCO}) = 50^\circ$
 $m(\widehat{AOC}) = 100^\circ$
 $m(\widehat{OAB}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, α açısı kaç derecedir?

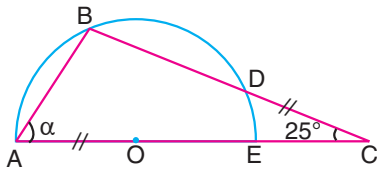
Örnek:



O: Çemberin merkezi
 [AC] ve [BC] kiriş,
 $m(\widehat{OAC}) = 20^\circ$
 $m(\widehat{CBO}) = 50^\circ$

olduğuna göre, AOB açısının ölçüsü kaç derecedir?

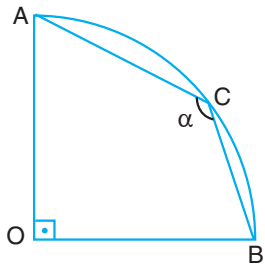
Örnek:



O: Yarım çemberin
merkezi
ABC üçgen
 $|OA| = |CD|$
 $m(\widehat{ACB}) = 25^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

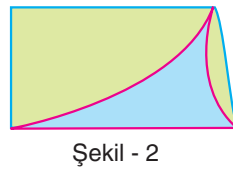
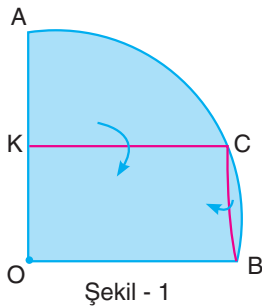
Örnek:



O: Çeyrek çemberin merkezi
[AC] ve [BC] kiriş
AOBC dörtgen
 $m(\widehat{ACB}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, α kaç derecedir?

Örnek:



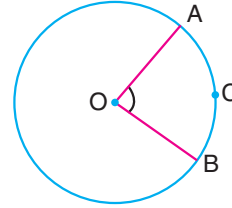
Çeyrek daire biçimindeki bir kartona bazı katlamalar yapılarak Şekil 2'deki gibi bir yamuğ elde edilmiştir.

Buna göre, katlamalar sonucunda oluşan yamuğun en büyük iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

ÇEMBERDE AÇI

1-) Merkez Açı

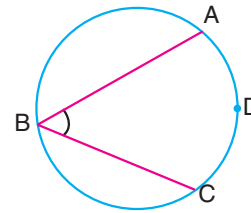
Köşesi çemberin merkezinde olan açılara **merkez açı** denir. Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.



$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{ACB})$$

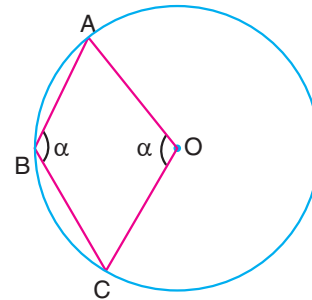
2-) Çevre Açısı

Köşesi çemberin üzerinde ve açı kolları ile çemberde kiriş oluşturan açılara **çevre açısı** denir. Çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısıdır.



$$m(\widehat{ABC}) = \frac{m(\widehat{ADC})}{2}$$

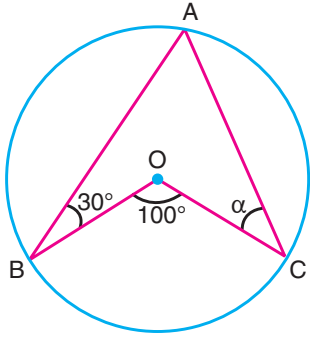
Örnek:



O: Çemberin merkezi
[AB] ve [BC] kiriş
OABC dörtgen
 $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{AOC}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

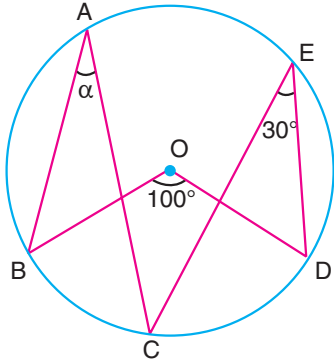
Örnek:



olduğuna göre, α kaç derecedir?

O: Çemberin merkezi
[AB] ve [AC] kiriş,
 $m(\widehat{ABO}) = 30^\circ$
 $m(\widehat{BOC}) = 100^\circ$
 $m(\widehat{ACO}) = \alpha$

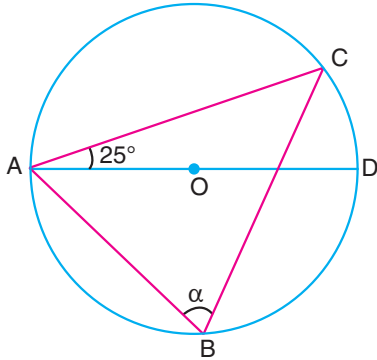
Örnek:



olduğuna göre, α kaç derecedir?

O: Çemberin merkezi
 $m(\widehat{BOD}) = 100^\circ$
 $m(\widehat{CED}) = 30^\circ$
 $m(\widehat{BAC}) = \alpha$

Örnek:

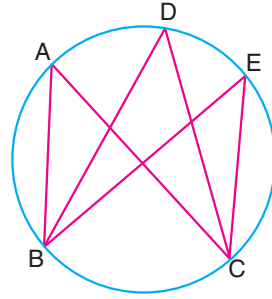


olduğuna göre, α kaç derecedir?

O: Çemberin merkezi
ABC bir üçgen
[AD] çap
 $m(\widehat{CAD}) = 25^\circ$
 $m(\widehat{ABC}) = \alpha$

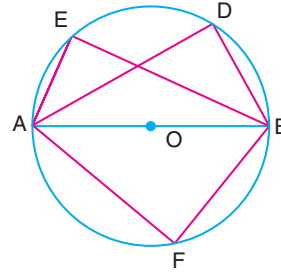
Sonuçlar:

a) Aynı yayı gören çevre açılar birbirine eşittir.



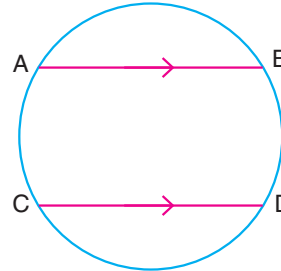
$$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{BEC})$$

b) Çapı gören çevre açısı 90° dir.



$$m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{AFB}) = 90^\circ$$

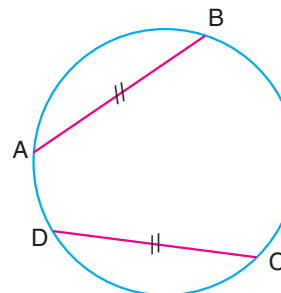
c) Paralel kirişlerin arasında kalan yayların ölçüleri birbirine eşittir.



$$[AB] \parallel [CD] \text{ ise}$$

$$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BD})$$

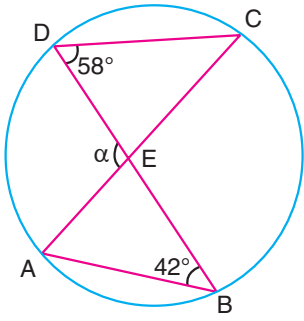
d) Eşit kirişlerin ayırdıkları yaylar birbirine eşittir.



$$|AB| = |CD|$$

$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$$

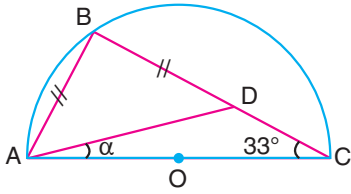
Örnek:



[CD] ve [AB] kiriş,
[AC] ∩ [BD] = {E}
 $m(\widehat{CDB}) = 58^\circ$
 $m(\widehat{ABD}) = 42^\circ$
 $m(\widehat{AED}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

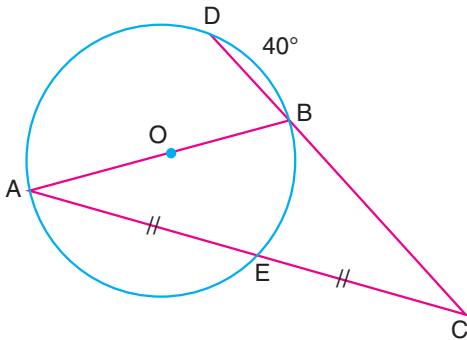
Örnek:



O: yarım çemberin
merkezi
ABC bir üçgen
IABI = IBDI
 $m(\widehat{ACB}) = 33^\circ$

olduğuna göre, CAD açısının ölçüsü kaç derecedir?

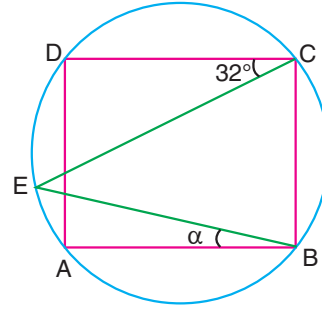
Örnek:



O: Çemberin mer-
kezi
ABC üçgen
 $D \in CB$
IAEI = IECI
 $m(\widehat{DB}) = 40^\circ$

olduğuna göre, BE yayının ölçüsü kaç derecedir?

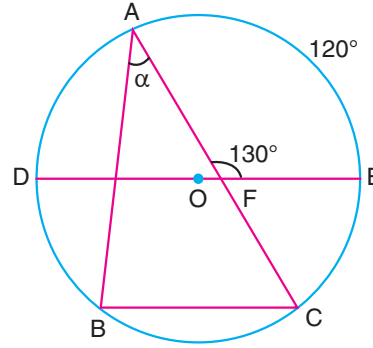
Örnek:



Çember üzerindeki dört
noktadan ABCD karesi
oluşturulmuştur.
 $m(\widehat{DCE}) = 32^\circ$
 $m(\widehat{ABE}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

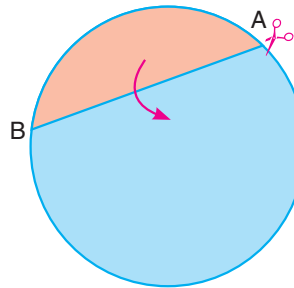
Örnek:



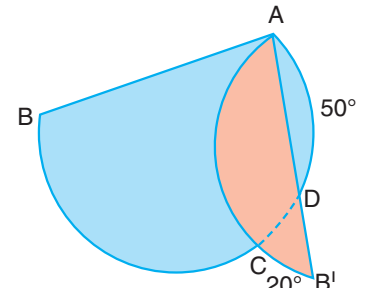
O merkezli çemberde
[DE] çap
ABC bir üçgen
[DE] // [BC]
 $m(\widehat{AE}) = 120^\circ$
 $m(\widehat{AFE}) = 130^\circ$
 $m(\widehat{BAC}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

Örnek:



Şekil - 1



Şekil - 2

Daire biçimindeki bir karton Şekil 1'deki gibi kırmızı ve mavi
renge boyanmıştır. Kırmızı parça AB boyunca kesilip A noktası
etrafında döndürülürse Şekil 2 oluşuyor.

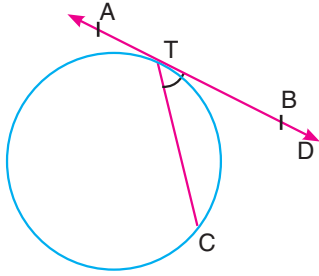
$m(\widehat{AD}) = 50^\circ$ ve $m(\widehat{B'OC}) = 20^\circ$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAD})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

3-) Teğet Kiriş Açısı

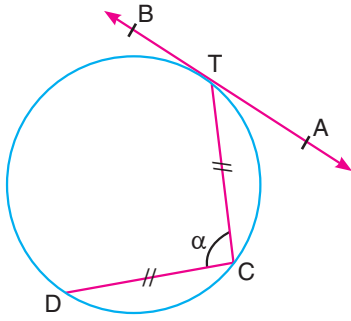
Köşesi çember üzerinde bulunan ve bir kenarı teğet, diğer kenarı da kiriş olan açılara **teğet - kiriş açısı** denir.

Teğet - kiriş açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



$$m(\widehat{BTC}) = \frac{m(\widehat{TC})}{2}$$

Örnek:



AB doğrusu çembere T noktasında teğet,

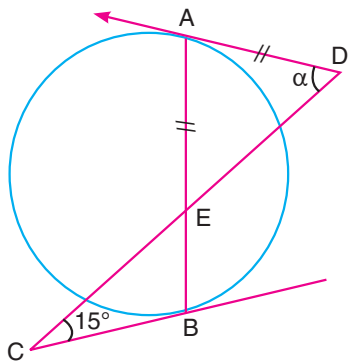
$$ITCI = ICDI$$

$$m(\widehat{ATC}) = 35^\circ$$

$$m(\widehat{TCD}) = \alpha$$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

Örnek:



[DA ve [CB çembere sırasıyla A ve B noktalarında teğet,

$$IAEI = IADI$$

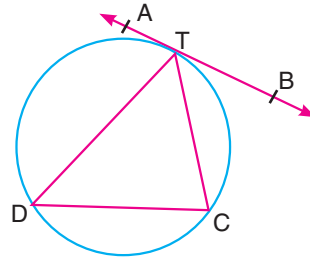
$$m(\widehat{BCD}) = 15^\circ$$

$$m(\widehat{ADC}) = \alpha$$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

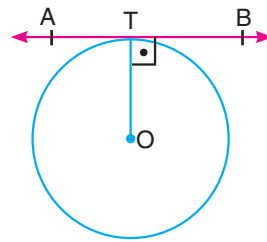
Sonuçlar

a) Aynı yayı gören çevre açısı ile teğet - kiriş açısı birbirine eşittir.



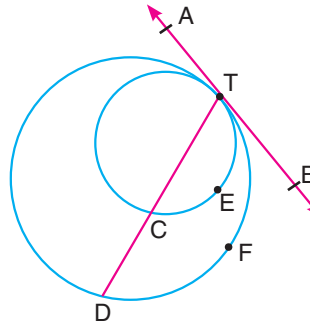
$$m(\widehat{CTB}) = m(\widehat{TDC})$$

b) Merkez ile teğet değme noktasını birleştiren doğru teğete diktir.

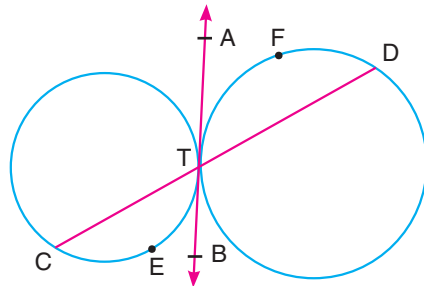


$$[OT] \perp AB$$

c) İçten teğet ya da dıştan teğet çemberlerde, ortak teğet ile oluşturulan teğet - kiriş açıları ile bu açıların yaylarının ölçüleri eşittir.



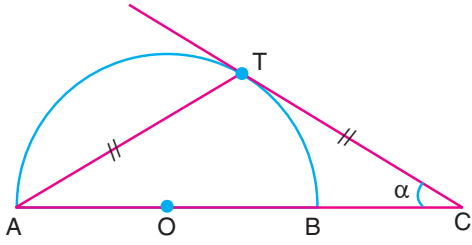
$$m(\widehat{TEC}) = m(\widehat{T'FD})$$



$$m(\widehat{TEC}) = m(\widehat{T'FD})$$

Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)

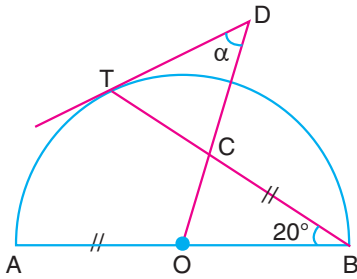
Örnek:



$$IATI = ITCI$$

O yarım çemberin merkezi ve CT ışını Çembere T noktasında teğet olduğuna göre, $m(\widehat{ACT}) = \alpha$ kaç derecedir?

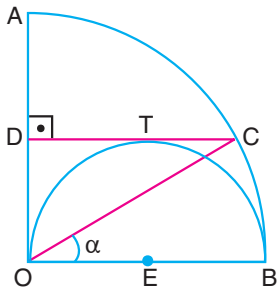
Örnek:



O: Yarım çemberin merkezi
T: Teğet noktası
 $IOAI = IBCI$
 $m(\widehat{ABT}) = 20^\circ$
 $m(\widehat{TDC}) = \alpha$

olduğuna göre α kaç derecedir?

Örnek:

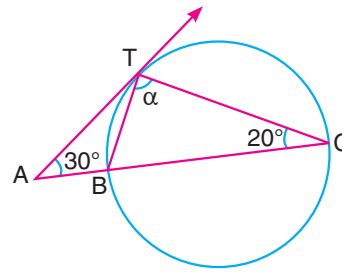


$CD \perp AO$
 $m(\widehat{COB}) = \alpha$

Şekildeki E merkezli yarım çember, O merkezli çeyrek çembere B noktasında, CD doğru parçasına T noktasında teğettir.

Buna göre, α kaç derecedir?

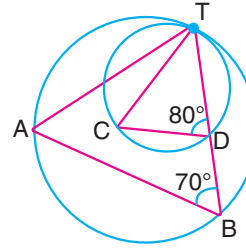
Örnek:



$m(\widehat{ACT}) = 20^\circ$
 $m(\widehat{CAT}) = 30^\circ$
 $m(\widehat{BTC}) = \alpha$

[AT ışını çembere T noktasında teğet olduğuna göre, α kaç derecedir?

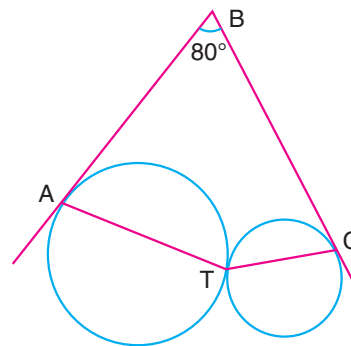
Örnek:



$m(\widehat{TBA}) = 70^\circ$
 $m(\widehat{CDT}) = 80^\circ$
 $ITAI = ITBI$

Şekildeki çemberler T noktasında birbirlerine teğet olduklarına göre, $m(\widehat{ATC})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

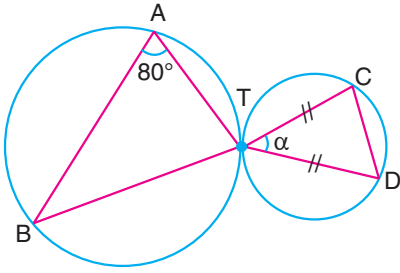
Örnek:



$m(\widehat{ABC}) = 80^\circ$

Şekildeki A, T ve C noktaları teğet noktaları olduğuna göre, $m(\widehat{ATC})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

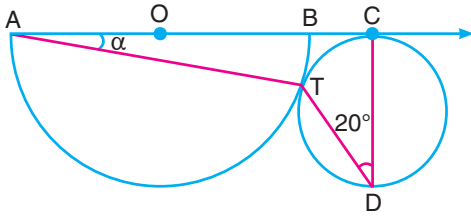
Örnek:



$$\begin{aligned}ITCI &= ITDI \\ m(\widehat{BAT}) &= 80^\circ \\ m(\widehat{CTD}) &= \alpha\end{aligned}$$

Şekildeki çemberler birbirlerine T noktasında teğet ve B, T, C noktaları doğrusal olduğuna göre, α kaç derecedir?

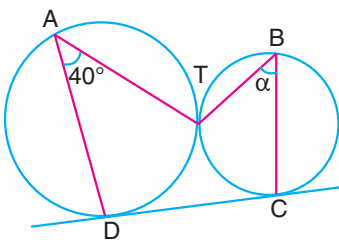
Örnek:



$$\begin{aligned}B, C &\in [AO] \\ m(\widehat{CDT}) &= 20^\circ \\ m(\widehat{TAB}) &= \alpha\end{aligned}$$

Şekildeki O merkezli yarım çemberde T ve C değme noktaları olduğuna göre, α kaç derecedir?

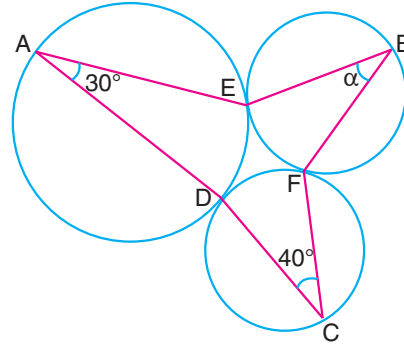
Örnek:



$$\begin{aligned}T, C, D &\text{ teğet noktaları} \\ m(\widehat{DAT}) &= 40^\circ \\ m(\widehat{TBC}) &= \alpha\end{aligned}$$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

Örnek:



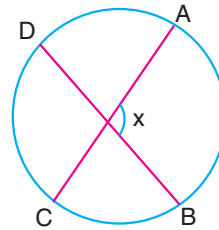
$$\begin{aligned}m(\widehat{DAE}) &= 30^\circ \\ m(\widehat{DCF}) &= 40^\circ \\ m(\widehat{EBF}) &= \alpha\end{aligned}$$

Şekildeki çemberler birbirlerine E, D ve F noktalarında teğet olduğuna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)

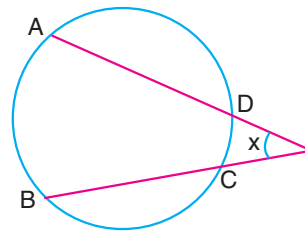
4- Çemberde İç Açı ve Dış Aç

→ İki kirişin kesişmesiyle çemberin iç bölgesinde oluşan açığa **iç açı** denir.

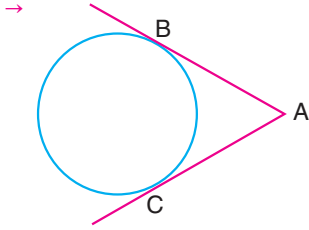


$$x = \frac{m(\widehat{AB}) + m(\widehat{CD})}{2}$$

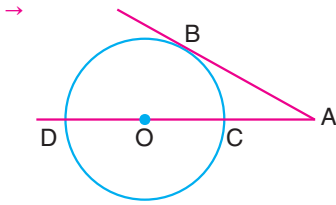
→ İki kesenin kesişmesiyle çemberin dış bölgesinde oluşan açığa **dış açı** denir.



$$x = \frac{m(\widehat{AB}) - m(\widehat{CD})}{2}$$

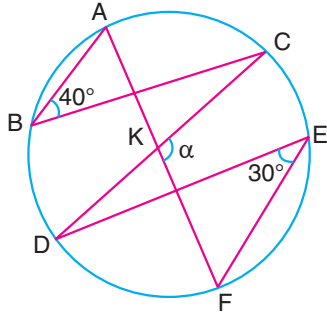


$$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BC}) = 180^\circ$$



O çemberin merkezi ise
 $m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BC}) = 90^\circ$

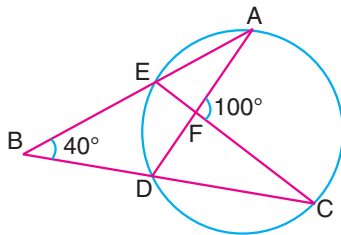
Örnek:



[AB], [BC], [CD], [DE], [EF],
[AF] çemberin kirişleri
 $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$
 $m(\widehat{FED}) = 30^\circ$
 $m(\widehat{CKF}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

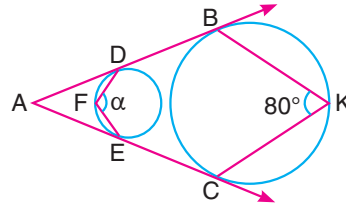
Örnek:



[AB] ve [BC] kesen,
[CE] ve [AD] kiriş
 $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$
 $m(\widehat{AFC}) = 100^\circ$

olduğuna göre, ED yayının ölçüsü kaç derecedir?

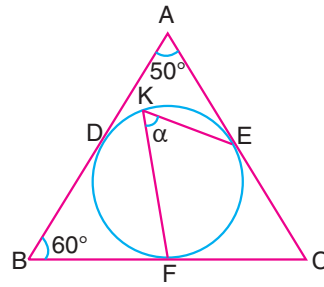
Örnek:



[AB] ve [AC] çemberlere
teğet,
B, C, E, D değme
noktaları
 $m(\widehat{BKC}) = 80^\circ$
 $m(\widehat{DFE}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

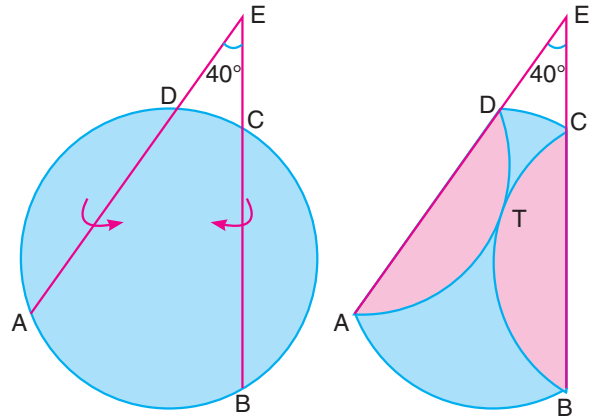
Örnek:



ABC üçgen,
D, E, F değme noktaları
 $m(\widehat{BAC}) = 50^\circ$
 $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$
 $m(\widehat{FKE}) = \alpha$

Şekildeki çember ABC üçgeninin iç teğet çemberi olduğuna göre, α kaç derecedir?

Örnek:



Daire şeklindeki bir karton AD ve BC boyunca katlandığında Şekil - 2'deki gibi parçalar T noktasında teğet oluyor.

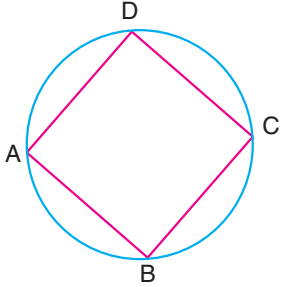
$$\frac{m(\widehat{DT})}{m(\widehat{TA})} = \frac{m(\widehat{CT})}{m(\widehat{TB})} = \frac{1}{2} \text{ ve } m(\widehat{AEB}) = 40^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre, $m(\widehat{AB})$ kaç derecedir?

5-) Kirişler Dörtgeni:

Köşeleri çember üzerinde olmak üzere, çemberde kirişlerden oluşan dörtgene **kirişler dörtgeni** denir.

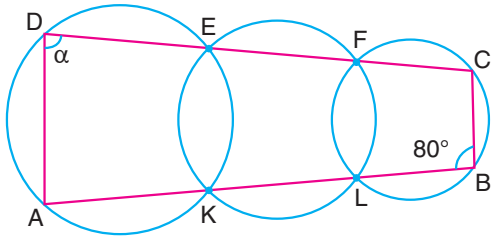
Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar toplamı 180° dir.



$$\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

Örnek:

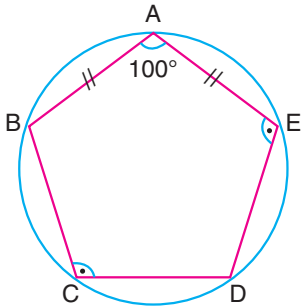


Şekildeki ABCD dörtgeni çemberlerin kesim noktasından geçmektedir.

$$m(\widehat{ABC}) = 80^\circ, m(\widehat{ADC}) = \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre, α kaç derecedir?

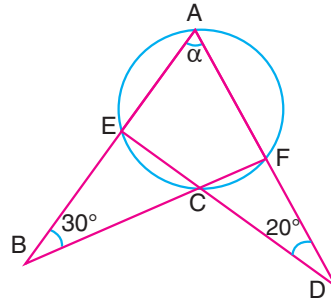
Örnek:



A, B, C, D çember üzerindeki noktalar,
ABCDE beşgen
 $|AB| = |AE|$
 $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{AED})$
 $m(\widehat{BAE}) = 100^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

Örnek:



A, E, C, F çember üzerindeki noktalar,

ABF ve ADE üçgen

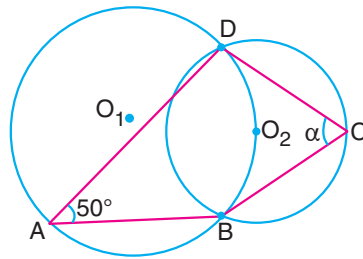
$$m(\widehat{ABF}) = 30^\circ$$

$$m(\widehat{ADE}) = 20^\circ$$

$$m(\widehat{BAD}) = \alpha$$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

Örnek:



O_1, O_2 çemberlerin merkezi

B,D çemberlerin kesim noktası

ABCD dörtgen

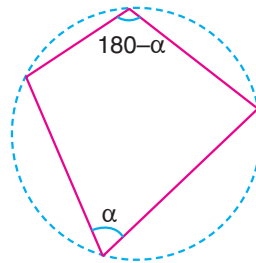
$$m(\widehat{BAD}) = 50^\circ$$

$$m(\widehat{BCD}) = \alpha$$

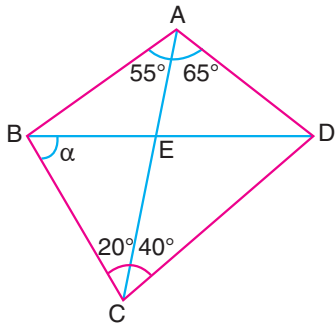
Şekildeki O_1 merkezli çember O_2 noktasından geçtiğine göre, α kaç derecedir?

Çember çizilerek yapılan sorular

→ Kirişler dörtgeninin etrafına çember çizilebilir.



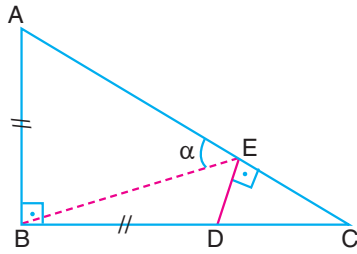
Örnek:



ABCD dörtgen
 $AC \cap BD = \{E\}$
 $m(\widehat{BAC}) = 55^\circ$
 $m(\widehat{CAD}) = 65^\circ$
 $m(\widehat{DCA}) = 40^\circ$
 $m(\widehat{BCA}) = 20^\circ$
 $m(\widehat{CBD}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

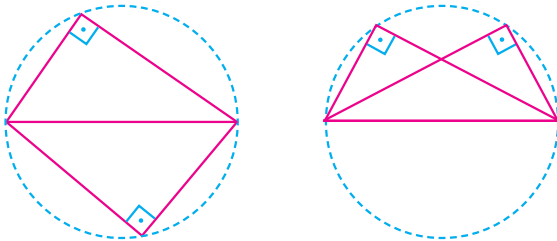
Örnek:



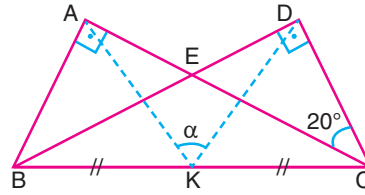
ABC ve CED birer dik üçgen,
 $IBAI = IBDI$
 $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEC}) = 90^\circ$
 $m(\widehat{AEB}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

→ Hipotenüsleri aynı olan iki dik üçgenin etrafına çember çizilebilir.



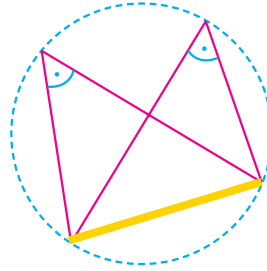
Örnek:



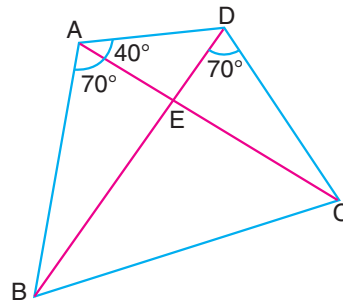
ABC ve DBC birer dik üçgen
 $IBKI = IKCI$
 $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDC}) = 90^\circ$
 $m(\widehat{ACD}) = 20^\circ$
 $m(\widehat{AKD}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

→ Aynı kenarı gören açıların eşit olduğu durumda çember çizilebilir.



Örnek:



ABCD dörtgen
 $AC \cap BD = \{E\}$
 $m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$
 $m(\widehat{BDC}) = 70^\circ$
 $m(\widehat{CAD}) = 40^\circ$

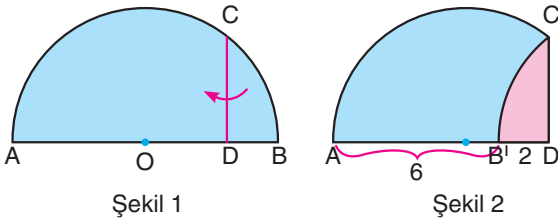
olduğuna göre, $m(\widehat{BCD})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

ÇEMBERDE UZUNLUK

Çemberde uzunluk konusunu yapabilmemiz için dik üçgen ve üçgende benzerlik konusuna hakim olmamız gerekir.

Çemberdeki en etkili ek çizimin yarıçap olduğu aklınızdan çık-mamalıdır.

Örnek:



Şekil 1'deki yarım daire biçimindeki karton CD boyunca katlandı-ğında Şekil 2'deki gibi B noktası çap üzerindeki B' noktasına geliyor.

$|AB'| = 6$ cm ve $|B'D| = 2$ cm'dir.

Buna göre, $|CD|$ kaç santimetredir?

Örnek:

Furkan öğretmen aşağıdaki etkinliğe göre öğrencilerinden şekli çizmelerini istemiştir.

- O merkezli AOB çeyrek çemberi çiziliyor.
- $|OK| < |OL|$ olacak şekilde $[AO]$ üzerinden K ve L noktaları seçiliyor.
- Yay üzerinde $[KE] \parallel [LF] \parallel [OB]$ olacak şekilde AB yayı üzerinden E ve F noktaları seçiliyor.
- $|AL| = |LK| = 4$ birim ve $|KO| = 12$ birim olduğu gözleniyor.

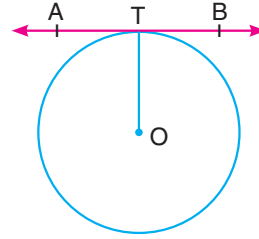
Furkan öğretmen şekli çizen öğrencilerine "IKEI – ILFI farkı kaçtır?"

sorusunu sormuştur.

Buna göre, öğrencilerin bulduğu cevap kaçtır?

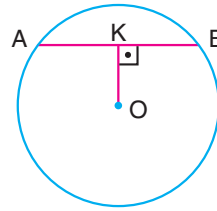
1-) Dik Üçgen Yardımıyla Çemberde Uzunluk

★ Merkez ile teğet değme noktasını birleştiren doğru teğete diktir.



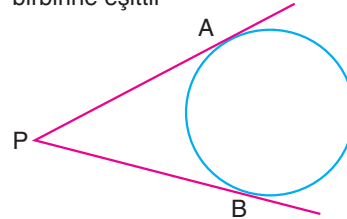
$m(\widehat{OTB}) = 90^\circ$ dir.

★ Merkezdten kirişe çizilen dikme kşişı ortalar.



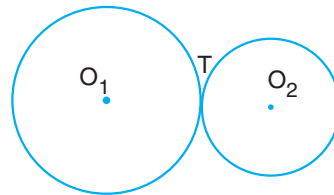
$|AK| = |KB|$ dir.

★ Çemberin dışındaki bir noktadan, çembere çizilen teğetler birbirine eşittir

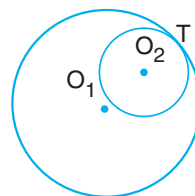


$|PA| = |PB|$ dir.

★ İki çember birbirine teğet olduğunda, merkezleri birleştiren doğru parçası değme noktasından geçer.



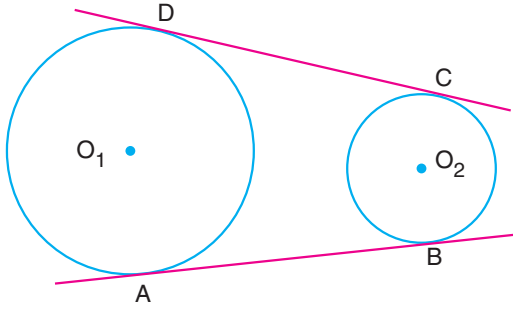
O_1, O_2, T doğrusaldır.



Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)

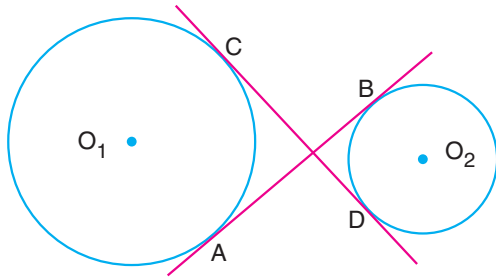
Sonuçlar

1-) İki çemberin ortak dış teğet uzunlukları birbirine eşittir.



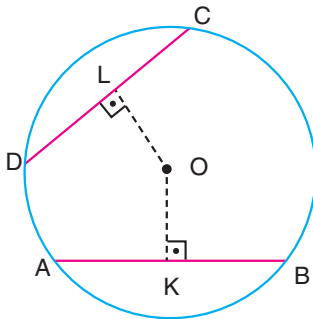
$$|AB| = |CD| \text{ ve } |O_1O_2|^2 = |r_1 - r_2|^2 + |AB|^2 \text{ dir.}$$

2-) İki çemberin ortak iç teğet uzunlukları birbirine eşittir.



$$|AB| = |CD| \text{ ve } |O_1O_2|^2 = |r_1 + r_2|^2 + |AB|^2 \text{ dir.}$$

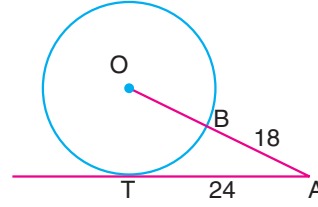
3-)



O: çemberin merkezi,
[CD] ve [AB]
kiriş olmak üzere;

- $|OK| < |OL|$ ise $|AB| > |CD|$ dir.
- $|OK| > |OL|$ ise $|AB| < |CD|$ dir.
- $|OK| = |OL|$ ise $|AB| = |CD|$ dir.

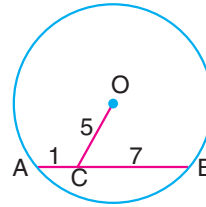
Örnek:



O: çemberin merkezi
T teğet noktası
 $B \in OA$
 $|AB| = 18$ birim
 $|AT| = 24$ birim

olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek:



O: çemberin merkezi, AB kiriş
 $B \in OA$
 $|AC| = 1$ birim
 $|CB| = 7$ birim
 $|OC| = 5$ birim

olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek:

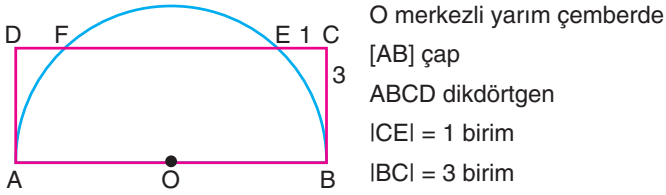


Çapı 10 metre olan daire şeklindeki bir halı Şekil 1'deki gibi duvara konulmuştur.

Duvarın görünen yüzeyi dikdörtgen şeklinde ve $|EF| = 10$ birimdir.

Halı ile duvarın CD kenarının kesişimi 8 m olana kadar halı aşağı çekildiğinde halı duvarın AB kenarına kaç metre yaklaşır?

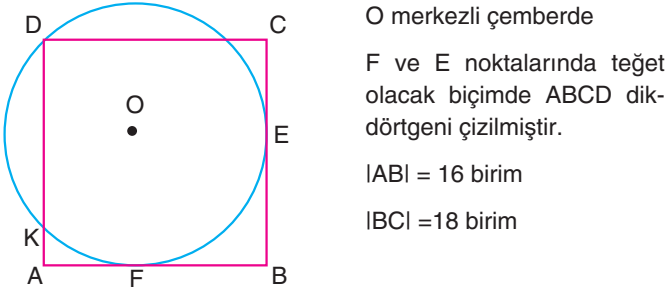
Örnek:



O merkezli yarı çemberde
[AB] çap
ABCD dikdörtgen
ICEI = 1 birim
IBCI = 3 birim

Yukarıda verilenlere göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

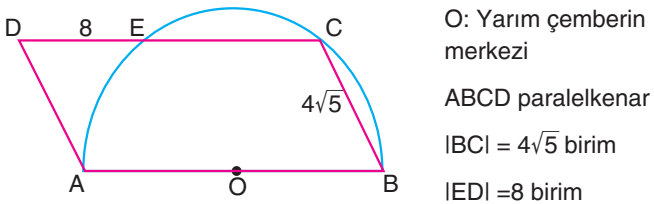
Örnek:



O merkezli çemberde
F ve E noktalarında teğet olacak biçimde ABCD dikdörtgeni çizilmiştir.
|ABI| = 16 birim
|BCI| = 18 birim

olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

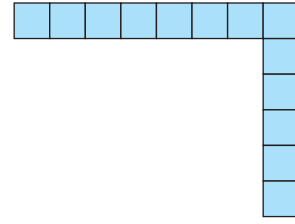
Örnek:



O: Yarı çemberin merkezi
ABCD paralelkenar
|BCI| = $4\sqrt{5}$ birim
|IEDI| = 8 birim

olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek:



Egehan bir kağıda yukarıdaki gibi birer kenarları ortak birim-kareleri çizip bu karelerin hepsini içine alan en küçük çemberi çizmiştir.

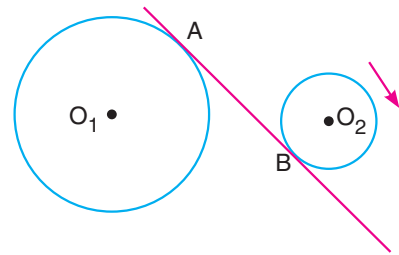
Egehan'ın kardeşi Kerem'de abisinin çizdiği çemberin içine birim kareler çizmiştir.

Buna göre, Kerem en fazla kaç tane birimkare çizebilir?

Örnek:

Yarıçap uzunlukları 7 birim ve 2 birim olan çemberlerin ortak dış teğet uzunluğu 12 birim olduğuna göre, çemberler arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?

Örnek:

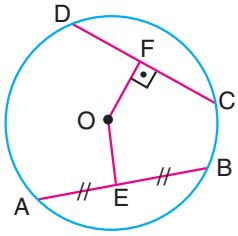


Yukarıdaki şekilde;

- O_1 ve O_2 merkezli çemberlerin yarıçapları sırasıyla 9 cm ve 3 cm
- Merkezler arası uzaklık 15 cm'dir.

Buna göre, küçük çember doğru üzerinden ok yönünde kaç cm aşağı kaydırılırsa merkezler arası uzaklık 5 cm artar?

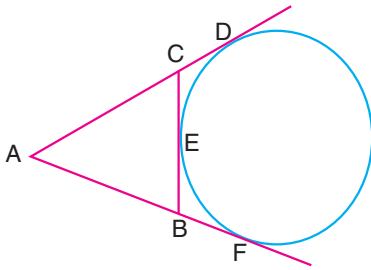
Örnek:



O çemberin merkezi
 $IOEI < IOFI$
 $IAEI = IEBI$
 $OF \perp CD$
 $ICDI = 5x-3$ birim
 $IEBI = x+9$ birim

olduğuna göre, x 'in alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

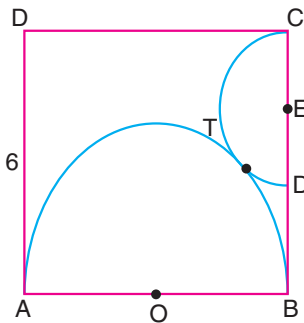
Örnek:



Yandaki şekilde ABC üçgeninin dış teğet çemberi çizilmiştir.

$IADI = 13$ birim olduğuna göre, ABC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

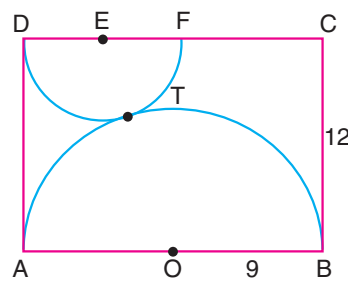
Örnek:



ABCD kare
 $O \in AB$
 $E \in BC$
 $IADI = 6$ birim

O merkezli ve E merkezli yarım çemberler karenin içindeki T noktasında birbirlerine teğet olduğuna göre, IBDI kaç birimdir?

Örnek:

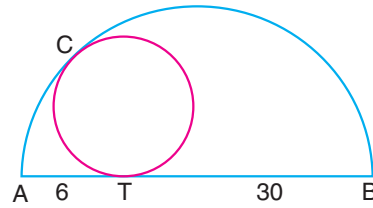


ABCD dikdörtgen
 $O \in AB$
 $E \in CD$
 $IBCI = 12$ birim
 $IOBI = 9$ birim

O merkezli ve E merkezli yarım çemberler T noktasında birbirlerine teğettir.

Buna göre, E merkezli çemberin yarıçapı kaç birimdir?

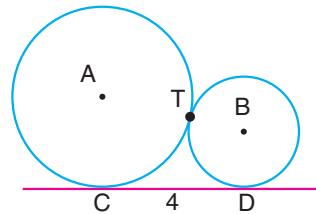
Örnek:



$IATI = 6$ birim
 $ITBI = 30$ birim

[AB] çaplı yarım çemberin içine T ve C noktasında teğet olacak şekilde çizilen çemberin yarıçapı kaç birimdir?

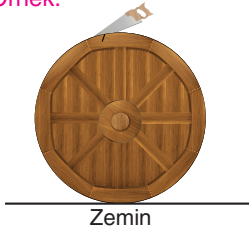
Örnek:



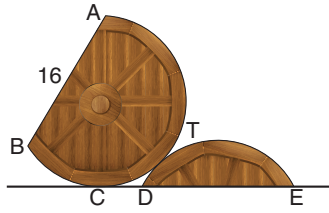
A merkezli çemberin yarıçapı R,
 B merkezli çemberin yarıçapı r,
 C, D, T değme noktaları
 $ICDI = 4$ birim

Yukarıda verilenlere göre, $R \cdot r$ çarpımı kaçtır?

Örnek:



Şekil - 1



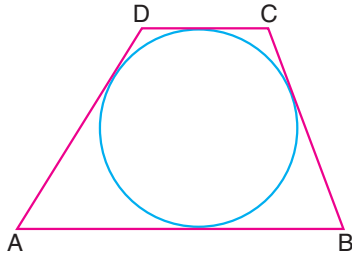
Şekil - 2

Zemine dik olarak duran daire şeklindeki tahtadan tekerleğin yarıçapı 10 cm'dir. Tekerlek, testere ile düz bir şekilde 16 cm kesilip iki parçaya ayrılıyor.

Parçalar Şekil 2'deki gibi birbirine teğet olacak şekilde konulduğunda ICDI kaç santimetre olur?

Teğetler Dörtgeni

Bir çembere teğet olan dörtgene **teğetler dörtgeni** denir.

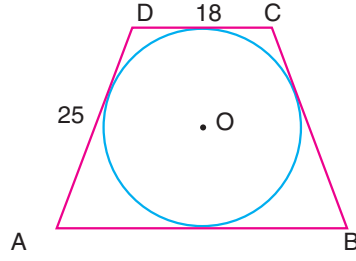


→ Karşılıklı kenarların uzunlukları toplamı birbirine eşittir.

→ Çevre(ABCD) = 2u dersek

Alan(ABCD) = u • r olur.

Örnek:



[AB] // [CD]

|ADI| = |BCI|

|CDI| = 18 birim

|ADI| = 25 birim

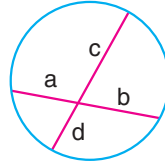
Yukarıdaki şekilde O merkezli çemberin teğetler dörtgeni çizilmiştir.

Buna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)

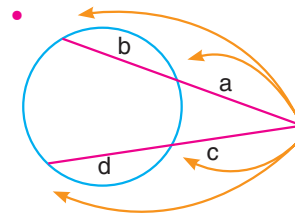
2-) Kuvvet Yardımıyla Çemberde Uzunluk

→ İç Kuvvet

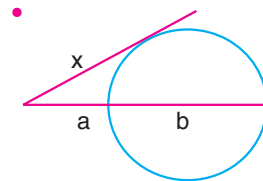


$$a \cdot b = c \cdot d$$

→ Dış Kuvvet

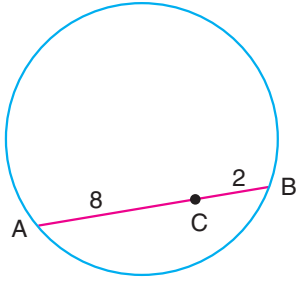


$$a(a + b) = c(c + d)$$



$$x^2 = a(a + b)$$

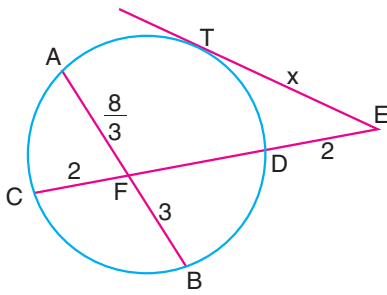
Örnek:



[AB]: Kiriş
 $C \in AB$
 $|CB| = 2$ birim
 $|CA| = 8$ birim

olduğuna göre, C noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç birimdir?

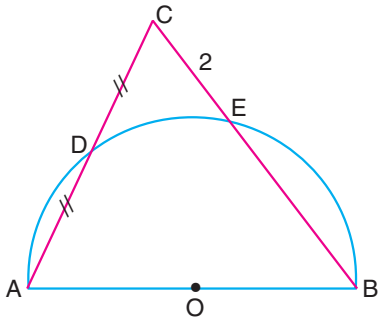
Örnek:



T: teğet noktası
 $AB \cap CE = \{F\}$
 $|FA| = \frac{8}{3}$ birim
 $|FB| = 3$ birim
 $|FC| = |FD| = 2$ birim
 $|TE| = x$

olduğuna göre, x kaç birimdir?

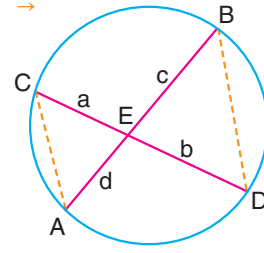
Örnek:



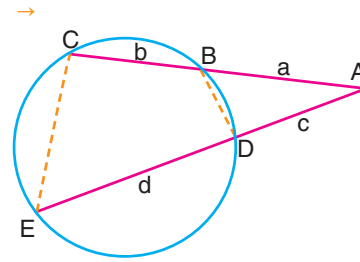
O: Yarım çemberin merkezi,
 $D \in AC, E \in BC$
 $|CD| = |DA|$
 $|CE| = 2$ birim
 $|AB| = 9$ birim

olduğuna göre, |AC| kaç birimdir?

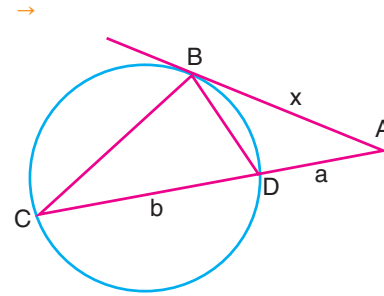
2-) Benzerlik Yardımıyla Çemberde Uzunluk



$$\widehat{EAC} \sim \widehat{EDB}$$



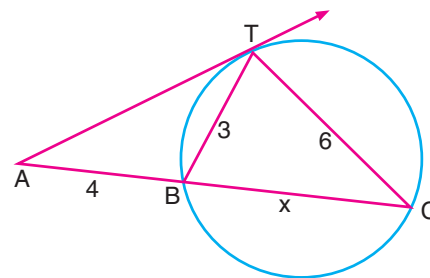
$$\widehat{ABD} \sim \widehat{AEC}$$



$$\widehat{ABD} \sim \widehat{ACB}$$

Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)

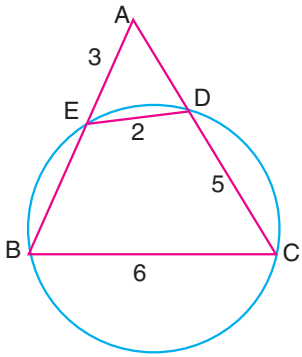
Örnek:



ATC ve BTC üçgen
T: teğet noktası
 $|AB| = 4$ birim
 $|TB| = 3$ birim
 $|TC| = 6$ birim
 $|BC| = x$

olduğuna göre, x kaç birimdir?

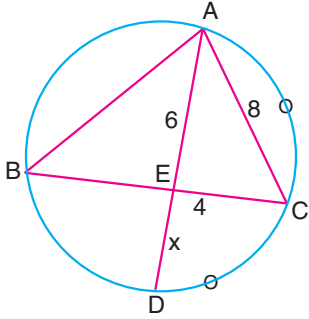
Örnek:



ABC ve AED üçgen,
E, B, C, D çember üzerindeki noktalar,
 $|AE| = 3$ birim
 $|CD| = 5$ birim
 $|ED| = 2$ birim
 $|BC| = 6$ birim

olduğuna göre, $|AD| + |EB|$ toplamı kaçtır?

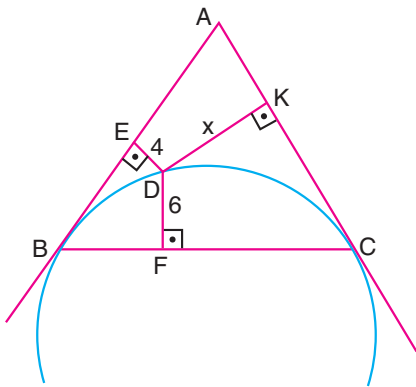
Örnek:



ABC üçgen,
 $AD \cap BC = \{E\}$
 $|AE| = 6$ birim
 $|AC| = 8$ birim
 $|CE| = 4$ birim
 $|ED| = x$

olduğuna göre, x kaç birimdir?

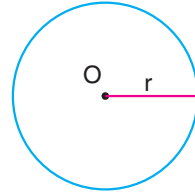
Örnek:



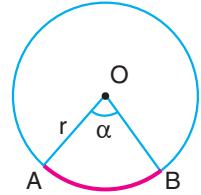
$|DE| = 4$ birim
 $|DF| = 6$ birim
 $|DK| = x$

Yukarıdaki şekilde ABC üçgeninde B ve C noktalarına teğet olacak biçimde bir çember yayı çizilmiştir. Buna göre, x kaç birimdir?

Çemberin Çevresi ve Yay Uzunluğu

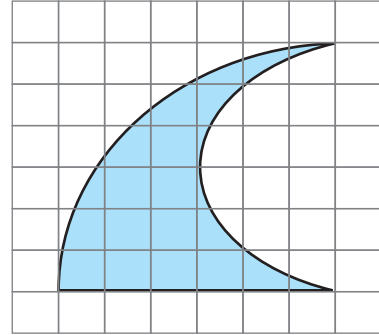


Çevre = $2\pi r$



$|\widehat{AB}| = 2\pi r \frac{\alpha}{360}$

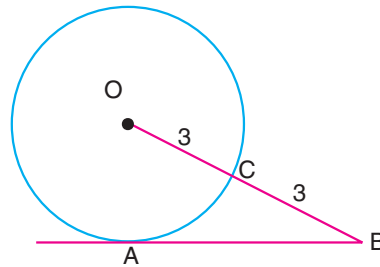
Örnek:



Yukarıdaki birim kareli kağıda çizilen şekil yarım çember yayı, çeyrek çember yayı ve bir doğru parçasından oluşturulmuştur.

Buna göre, taralı şeklin çevresi kaç birimdir?

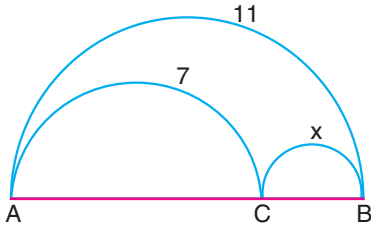
Örnek:



O: çemberin merkezi
A: teğet noktası
 $C \in OB$
 $|OC| = |CB| = 3$ birim

olduğuna göre, AC yayının uzunluğu kaç birimdir?

Örnek:

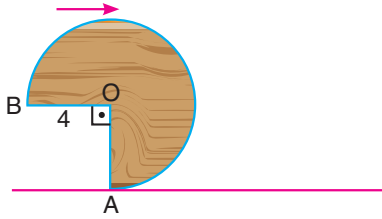


$$\begin{aligned} \widehat{AB} &= 11 \text{ cm} \\ \widehat{AC} &= 7 \text{ cm} \\ \widehat{CB} &= x \end{aligned}$$

Yukarıdaki şekilde AB çaplı yarım çember içine AC ve BC çaplı yarım çemberler çizilmiştir.

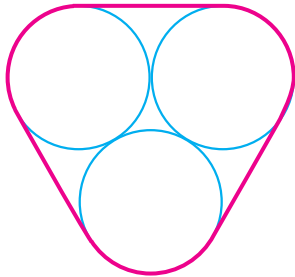
Buna göre, x kaçtır?

Örnek:



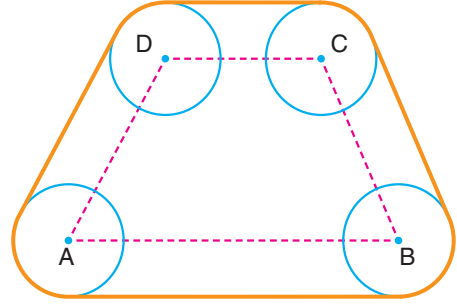
Yarıçapı 4 birim olan daire şeklindeki bir tahta tekerleğin çeyreği kesilip atılmış ve zemine şekildeki gibi konmuştur. Bu tekerlek ok yönünde bir tam tur dönecek kuvvette ittirildiğinde A köşesinin ilk durumundaki A köşesine olan uzaklığı kaç birimdir?

Örnek:



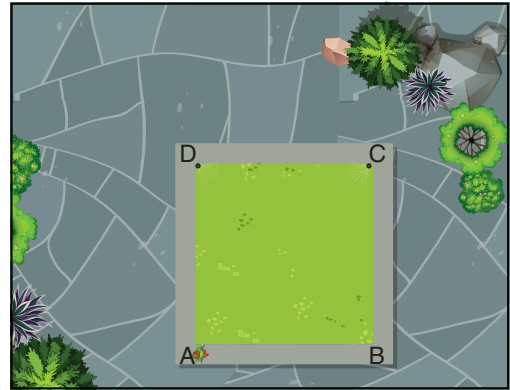
Yarıçapları 2 birim olan birbirine teğet üç çemberin etrafına sarılan gergin ipin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek:



Yarıçapları 2 birim olan çemberlerin etrafına bir ip sarılmıştır. Çemberlerin merkezlerinin birleşmesiyle oluşan dörtgenin çevresi 23π birim olduğuna göre, çemberlerin etrafına sarılan ipin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek:



Yukarıdaki şekilde bir parkın üstten görünümü verilmiştir. Parkın içinde kenar uzunluğu 4 metre olan ABCD karesi şeklinde yeşil alan vardır.

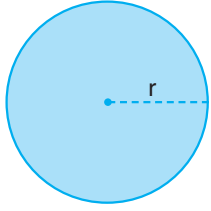
C ve D noktalarında parkı sulamak için fışkiyeler takılmış ve bu fışkiyelerin her ikisinde yarıçapı 2 metre olan dairesel bir bölgeyi sulayabilmektedir.

A köşesinde bulunan bir kişi, yeşil alana ve sulanan kısımlara basmadan yeşil alanının etrafında tur atıp tekrar A köşesine geliyor.

Buna göre, bu kişi en az kaç metre yürümüştür.

DAİREDE ALAN

Bir çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimine **daire** denir.



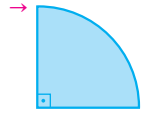
Dairenin alanı

$$\pi r^2 \text{ dir.}$$



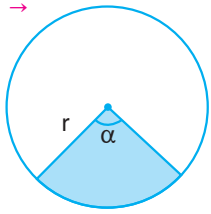
Yarım dairenin alanı

$$\frac{\pi r^2}{2} \text{ dir.}$$



Çeyrek dairenin alanı

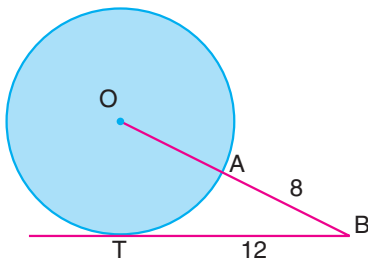
$$\frac{\pi r^2}{4} \text{ dir.}$$



Daire diliminin alanı

$$\frac{\pi r^2 \alpha}{360} \text{ dir.}$$

Örnek:



O: Dairenin merkezi

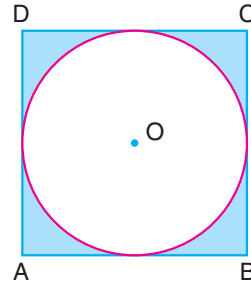
T: Teğet noktası

$|BT| = 12$ birim

$|BA| = 8$ birim

olduğuna göre, O merkezli dairenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek:



O: Çemberin merkezi

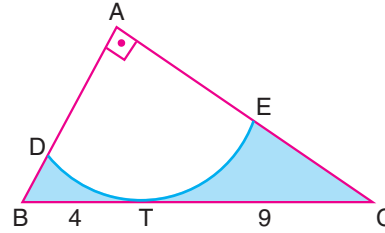
ABCD kare

$|AB| = 4$ birim

Yukarıdaki şekilde O merkezli çember ABCD karesinin iç teğet çemberidir.

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek:



ABC bir dik üçgen

A: Çeyrek çemberin merkezi

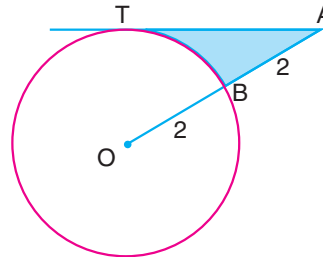
[BC]: Çeyrek çembere T noktasında teğet

$|BT| = 4$ birim

$|CT| = 9$ birim

olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek:



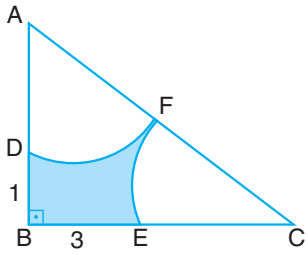
O: Çemberin merkezi

T: Teğet noktası

$|OB| = |BA| = 2$ birim

olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek:

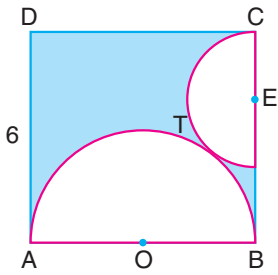


ABC üçgen
IEBI = 3 birim
IBDI = 1 birim

Yukarıdaki şekilde, ABC üçgeninin içine A ve C merkezli eşit yarıçaplı çember yayları çizilmiştir.

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

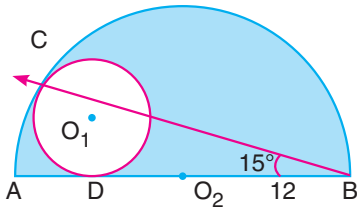
Örnek:



ABCD kare
 $O \in AB$
 $E \in BC$
IADI = 6 birim

Yukarıdaki şekilde, O merkezli ve E merkezli çemberler karenin içindeki T noktasında birbirine teğet olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

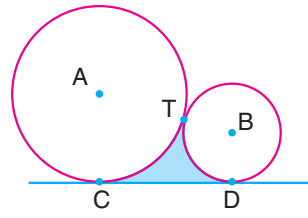
Örnek:



O_1 : Dairenin merkezi
 O_2 : Yarım dairenin merkezi
C ve D teğet noktaları
 $m(\widehat{ABC}) = 15^\circ$
 $IO_2BI = 12$ birim

olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

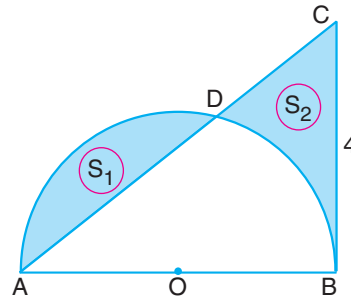
Örnek:



CD: Her iki çemberde C ve D noktasında teğet bir doğru

Yarıçap uzunluğu 6 birim olan A merkezli çember ile yarıçap uzunluğu 2 birim olan B merkezli çember birbirlerine T noktasında teğet olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

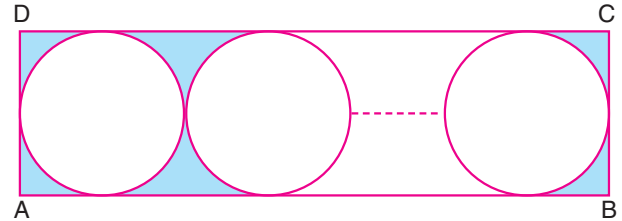
Örnek:



[AB]: O merkezli yarım çemberin çapı
CB: Çembere B noktasında teğet
ABC bir üçgen
 $S_1 = S_2$
IABI = 4 birim

S_1 ve S_2 buldukları bölgenin alanı olduğuna göre, yarım çemberin yarıçapı kaç birimdir?

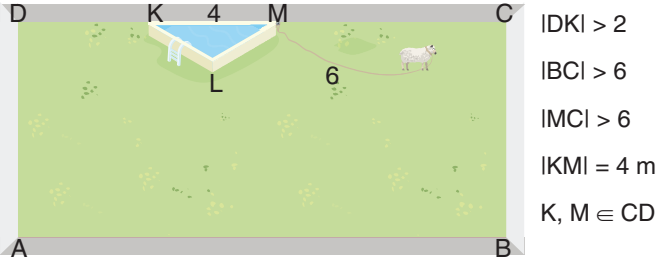
Örnek:



Yarıçap uzunlukları 1 cm'den büyük ve bir tamsayı değerine sahip çemberler şekildeki gibi ABCD dikdörtgeninin kenarlarına ve birbirine teğet olacak biçimde yerleştirilmiştir.

ABCD dikdörtgeninin çevresi 220 cm olduğuna göre, çemberlerin yarıçap uzunlukları en küçük değeri aldığı anda dikdörtgen ile çemberler arasında kalan bölgenin alanı kaç santimkaredir?

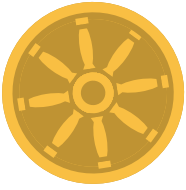
Örnek:



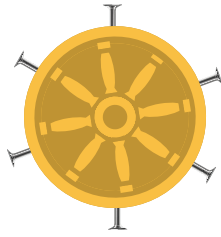
Etrafı duvarla çevrili bir bahçenin içinde eşkenar üçgen şeklindeki bir havuz vardır. M köşesinde 6 metrelik bir iple bağlanan koyun;

- a) Havuz zeminle aynı hizada ise kaç metrekairelik alanda otlar?
b) Havuzun kenarı duvarla belli bir yükseklikte örüldüğünde koyun kaç metrekairelik alanda otlar?

Örnek:



Şekil 1



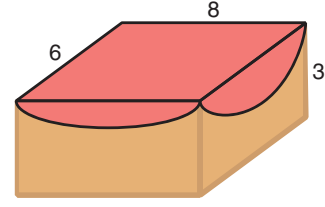
Şekil 2

Yukarıdaki Şekil 1'de at arabasının tahtadan yapılmış tekerleğinin daire şeklindeki ön yüzü gösterilmiştir. Buzlu yollarda tekerleğin kaymaması için 7 cm uzunluğundaki 6 tane çivi Şekil 2'deki gibi eşit aralıklarla çakılmıştır.

Çivilerin uzantıları dairenin merkezinden geçiyor ve her çivi tahtaya 3 cm girmiştir.

Çivili tekerlek bir turu tamamladığında 144 cm yol aldığına göre, tekerleğin görünen yüzünün alanı kaç santimetrekaredir?

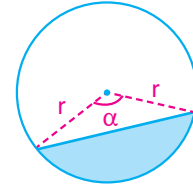
Örnek:



Kenar uzunlukları 6, 8 ve 3 birim olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir sehpanın üst yüzeyini tamamen örtecek şekilde daire şeklindeki bir örtü serilmiştir.

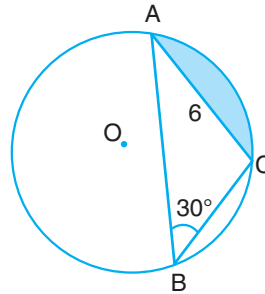
Buna göre, örtünün sehpanın yan yüzeyinde örtemediği alan en fazla kaç birimkaredir? (Zemin hariç)

Daire Parçasının Alanı



$$\text{Taralı Alan} = \text{Daire Dilim Alanı} - \text{Üçgen Alanı}$$

Örnek:



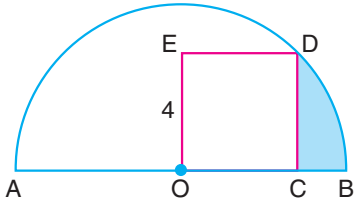
Yandaki şekilde ABC üçgeninin çevrel çemberi çizilmiştir.

$$m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$$

$$|AC| = 6 \text{ birim}$$

olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

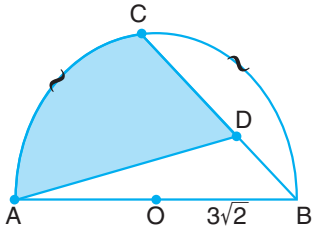
Örnek:



O: Yarım çemberin
merkezi
OCDE kare
 $IOEI = 4$ birim

olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

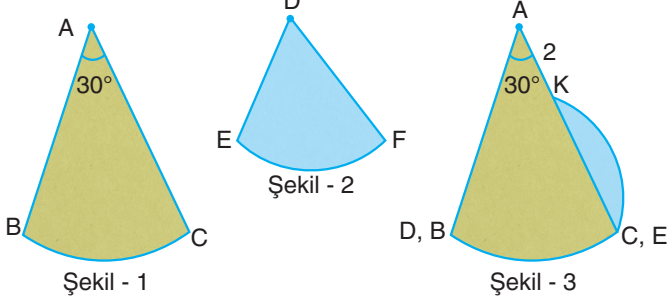
Örnek:



O: Yarım dairenin merkezi
[BC]: Kiriş
 $D \in BC$
 $m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BC})$
 $ICDI = 2IBDI$
 $IOBI = 3\sqrt{2}$ birim

olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek:



Şekil 1 ve Şekil 2'deki kartonlar daire dilimi şeklindedir. Kartonlar Şekil 3'teki gibi D ile B ve C ile E köşeleri çıkışacak şekilde üst üste konuluyor.

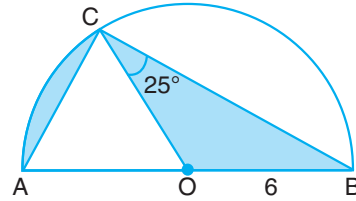
$$m(\widehat{BAC}) = 30^\circ \text{ ve } IAKI = 2 \text{ birimdir.}$$

Buna göre, Şekil 3'teki mavi bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Alan Taşıma

Dairede alanda bazı sorularda farklı yerlerdeki alanların toplamı sorulabilir. Bu tür sorularda alanları yanyana getirmeye çalışmalıyız.

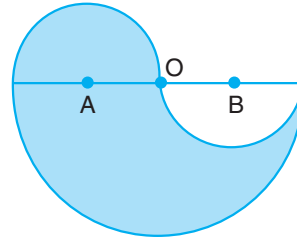
Örnek:



[AB]: O merkezli
yarım dairenin çapı
 $m(\widehat{OCB}) = 25^\circ$
 $IOBI = 6$ birim

olduğuna göre, taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

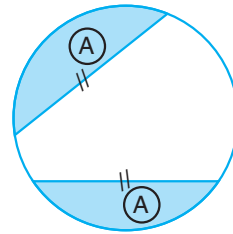
Örnek:



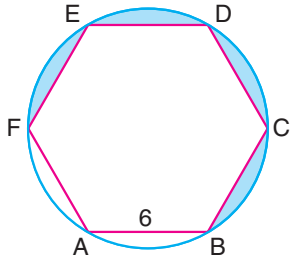
O, A, B noktaları yarım
dairelerin merkezleri
 $IOAI = 2$ birim

olduğuna göre, taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

Not: Dairede eşit kirişlerin ayırdıkları daire parçalarının alanları birbirine eşittir.



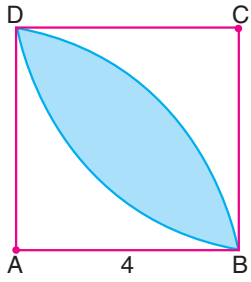
Örnek:



Yandaki şekilde kenar uzunluğu 6 birim olan düzgen altıgen ve bu altıgenin çevrel çemberi çizilmiştir.

Buna göre, taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

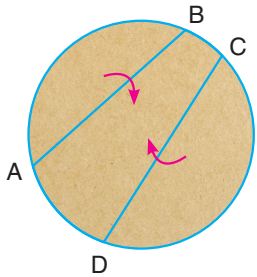
Örnek:



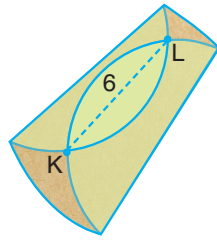
ABCD kare
|AB| = 4 birim

Yukarıdaki şekilde A merkezli çeyrek çember yayı ile C merkezli çeyrek çember yayı arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek:



Şekil - 1

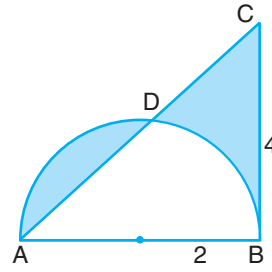


Şekil - 2

Yarıçap uzunluğu 6 birim olan daire biçimindeki Şekil - 1'deki karton AB ve CD boyunca katlanıp Şekil - 2 elde ediliyor.

Şekil 2'deki IKLI = 6 birim olduğuna göre, kartonda oluşan üç katlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

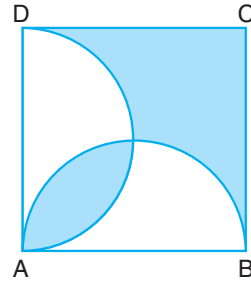
Örnek:



[AB]: Yarıçapın çapı
CB: Çembere B noktasında teğet
|OB| = 2 birim
|CB| = 4 birim

olduğuna göre, taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

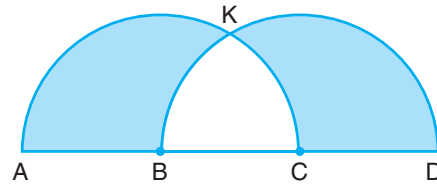
Örnek:



Bir kenarı 4 birim olan ABCD karesinin içine, çapları karenin iki kenarı olan iki çember çizilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

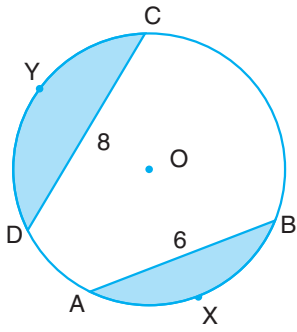
Örnek:



[AC] ve [BD] çaplı yarıçaplı çemberlerin merkezleri sırasıyla B ve C'dir.
|AB| = 6 birim

olduğuna göre, taralı alanlar toplam kaç birimkaredir?

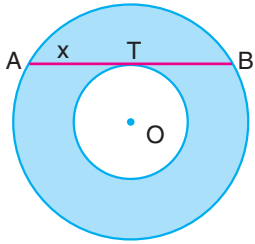
Örnek:



O merkezli çemberde
[CD] ve [AB] kiriş
 $|OI| = 8$ birim
 $|AB| = 6$ birim
 $m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{CYD}) = 180^\circ$

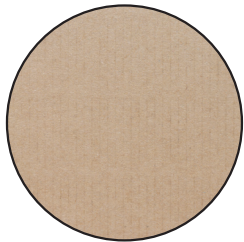
olduğuna göre, taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

Daire Halkasının Alanı

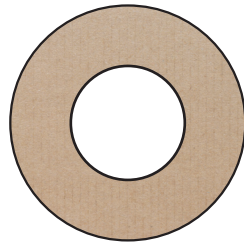


Büyük çemberin yarıçapı R,
Küçük çemberin yarıçapı r,
T teğet noktası
 $|AT| = x$ ise
Halkanın Alanı = $\pi R^2 - \pi r^2$
Halkanın Alanı = πx^2

Örnek:



Şekil - 1

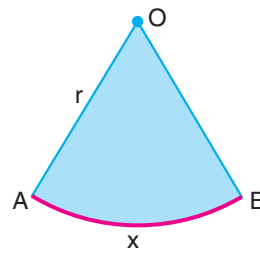


Şekil - 2

Daire şeklindeki bir kartondan aynı merkezli bir daire kesilip atıldığında kalan parçanın alanı 50π birimkare oluyor.

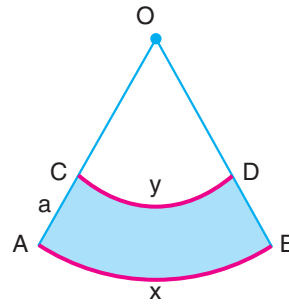
Şekil 2'deki kartona bir doğru parçası çizildiğinde doğru parçasının uzunluğu en fazla kaç birim olur.

Not: Yay uzunluğu verildiğinde daire diliminin alanı bulunabilir.



O merkezli daire diliminde
 $|\widehat{AB}| = x$ birim
yarıçap : r birim ise

Daire Diliminin Alanı : $\frac{x \cdot r}{2}$ dir.

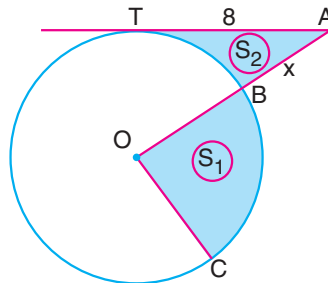


O merkezli daire diliminde
 $|\widehat{CD}| = y$ birim
 $|\widehat{AB}| = x$ birim
 $|AC| = a$ birim olduğunda

Taralı Alan : $\frac{(x + y) \cdot a}{2}$ dir.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)

Örnek:



O: Çemberin merkezi
 $|\widehat{BC}| = 16$ birim
 $|AT| = 8$ birim
 $S_1 - S_2 = 24$ br²

S_1 ve S_2 buldukları bölgelerin alanları olduğuna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

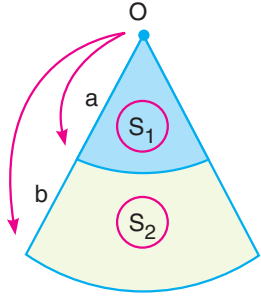
Çember ve Dairede Benzerlik

Bütün çemberler ve daireler benzerdir. Yarıçapları r_1 ve r_2 olduğunda

→ Benzerlik Oranı = $\frac{r_1}{r_2}$ = Çevreleri oranı

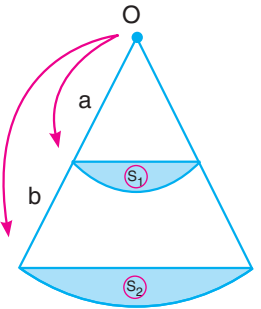
→ $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ = Alanlar Oranı

→ Aynı merkezli daire dilimlerinde



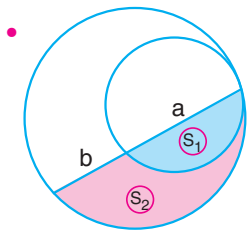
$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

→ Aynı merkezli daire dilimlerinde oluşan kesmelerin alanında

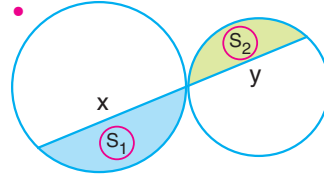


$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2}$$

→ Birbirine teğet çemberlerde

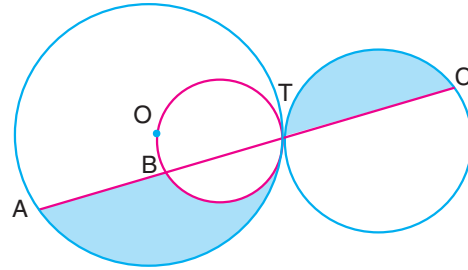


$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$



$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2}$$

Örnek:

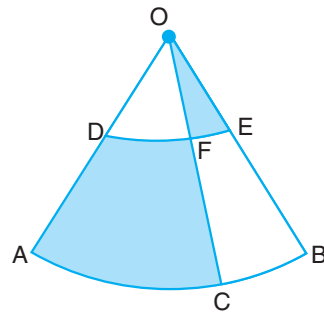


Şekilde birbirlerine T noktasında teğet üç çember verilmiştir.

O: Çemberin merkezi, 3|AB| = 2|TC| ve B, T ∈ AC dir.

En küçük çember en büyük çemberin merkezinden geçtiğine göre, taralı alanlar oranı kaçtır?

Örnek:



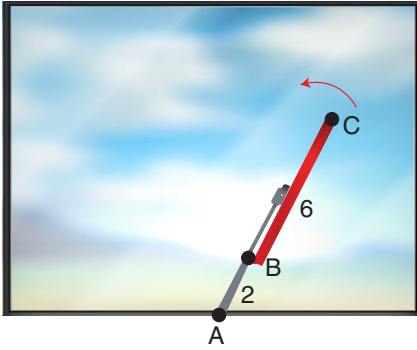
O: Daire dilimlerinin merkezi

$$\frac{m(\widehat{EOF})}{m(\widehat{FOD})} = \frac{|OE|}{|OB|} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, taralı alanlar oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)

Örnek:



Yandaki şekilde, bir cam ve camı silmek için A noktasına sabitlenmiş bir silecek verilmiştir.

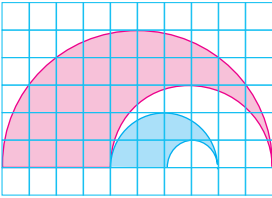
$$|AB| = 2 \text{ cm}$$

$$|BC| = 6 \text{ cm'dir?}$$

Sileceğin kırmızı kısmı camı silmektedir.

Silecek çalıştığında C köşesi cam üzerinde 12 cm yol aldığı anda camda silinen kısmın alanı kaç santimetrekaredir?

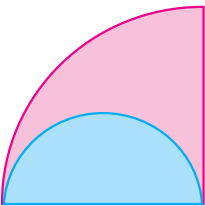
Örnek:



Yandaki şekil, yarım çember yaylarının birim kareli kağıda çizilmesiyle oluşturulmuştur.

Buna göre, kırmızı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranı kaçtır?

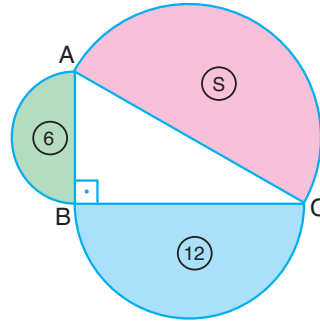
Örnek:



Yandaki şekil, çeyrek daire ve yarım daireden oluşturulmuştur.

Buna göre, kırmızı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranı kaçtır?

Örnek:

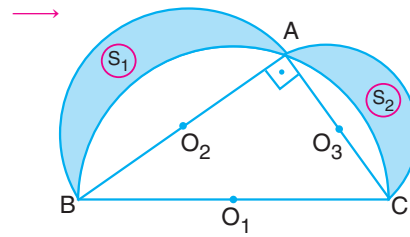


Şekilde ABC dik üçgeni ve [AB], [AC] ve [BC] çaplı yarım daireler gösterilmiştir.

Yarım dairelerin alanları cm^2 cinsinden içlerine yazılmıştır.

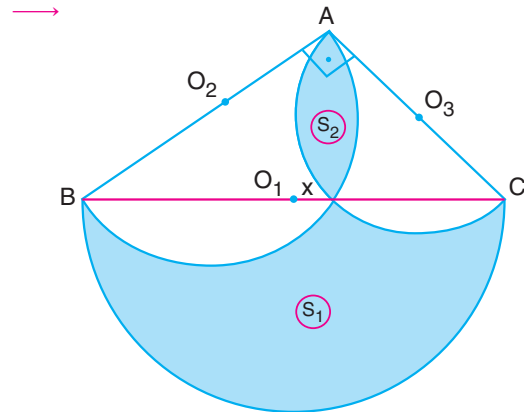
Buna göre, S kaç cm^2 dir?

Özellik



O_1, O_2 ve O_3 yarım çemberlerin merkezleri olduğunda

$$S_1 + S_2 = \text{Alan}(\widehat{ABC})$$



ABC dik üçgen ve O_1, O_2, O_3 yarım çemberlerin merkezleri olduğunda

$$S_1 - S_2 = \text{Alan}(\widehat{ABC})$$

Kenan Kara ile Geometri (Youtube kanalı)