

Toplam ve fark durumundaki ifadelerin çarpım şeklinde gösterilmesine **çarpanlara ayırma** denir.

### Ortak Çarpan Parantezine Alma

Verilen terimlerde aynı çarpanlar varsa, paranteze alınarak çarpanlarına ayrılabilir.

Örneğin,  $5a+5b=5(a+b)$

$ax-bx+cx=x(a-b+c)$  gibi.

### Örnek:

$$x^4y^3 + x^3y^4 = ?$$

### Çözüm:

$$x^4y^3 + x^3y^4 = x^3y^3(x+y) \text{ dir.}$$

### Örnek:

$$x(2a-1) + y(1-2a) = ?$$

### Çözüm:

$$x(2a-1) + y(\underbrace{1-2a}_{-(2a-1)}) = x(2a-1) - y(2a-1) \\ = (2a-1)(x-y) \text{ dir.}$$

### Gruplandırarak Çarpanlara Ayırma

Dört veya daha fazla terimli ifadelerde, hepsinde ortak çarpan yoksa terimler ikili, üçlü gibi gruplandırılarak çarpanlara ayrılmaya çalışılır. Örneğin,

$$ax + by + ay + bx = \underbrace{ax + ay} + \underbrace{bx + by} = a(x+y) + b(x+y) \\ = (x+y)(a+b) \text{ dir.}$$

### Örnek:

$$a^5 + a^3 + a^2 + 1 = ?$$

### Çözüm:

$$\underbrace{a^5 + a^3} + \underbrace{a^2 + 1} = a^3(a^2 + 1) + (a^2 + 1) = (a^2 + 1)(a^3 + 1) \text{ dir.}$$

### Örnek:

$$xy(a^2 + b^2) - ab(x^2 + y^2) = ?$$

### Çözüm:

Parantezi dağıtalım.

$$\underline{xya^2} + \underline{xyb^2} - \underline{abx^2} - \underline{aby^2} = ax(ay - bx) + by(bx - ay) \\ = ax(ay - bx) - by(ay - bx) \\ = (ay - bx)(ax - by) \text{ dir.}$$

### Özdeşlik Kullanarak Çarpanlara Ayırma

#### Tam Kare Özdeşliği

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

### Örnek:

$$(2x + 3y)^2 = ?$$

### Çözüm:

$$(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x)(3y) + (3y)^2 \\ = 4x^2 + 12xy + 9y^2 \text{ dir.}$$

### Örnek:

$$(\sqrt{2x} - 1)^2 = ?$$

### Çözüm:

$$(\sqrt{2x} - 1)^2 = (\sqrt{2x})^2 - 2 \cdot (\sqrt{2x})(1) + (1)^2 \\ = 2x^2 - 2\sqrt{2x} + 1 \text{ dir.}$$

### Örnek:

$$a+b=5 \text{ ve } a \cdot b=3 \text{ ise } a^2 + b^2 \text{ kaçtır?}$$

### Çözüm:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ dir.}$$

$$5^2 = a^2 + 2 \cdot 3 + b^2$$

$$25 = a^2 + b^2 + 6$$

$$a^2 + b^2 = 19 \text{ dur.}$$

**Not:**

Pratik olarak,

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \text{ formüllerini kullanabiliriz.}$$

Ayrıca,

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$a-b=3$  ve  $a.b=4$  ise  $a+b$  toplamının pozitif değeri kaçtır?

**Çözüm:**

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab \text{ dir.}$$

$$(a+b)^2 = 3^2 + 4.4$$

$$(a+b)^2 = 25$$

$$a+b=5 \text{ tir.}$$

**Örnek:**

$4a^2 - 4a + 1$  ifadesini çarpanlarına ayırılım.

**Çözüm:**

$$4a^2 \Rightarrow "2a" \text{ nın karesidir.}$$

$$1 \Rightarrow "1" \text{ in karesidir.}$$

$$4a \Rightarrow 2.(2a).(1) \text{ çarpımıdır.}$$

O halde bu ifade tam karedir.

$$\Rightarrow (2a-1)^2 \text{ dir.}$$

**Uyarı**

$(a+b)^2$  ile  $a^2 + b^2$  aynı şey değildir.

$(a-b)^2$  ile de  $a^2 - b^2$  aynı şey değildir. Örneğin,

$$(3+5)^2 = 8^2 = 64 \text{ tür.}$$

$$3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34 \text{ tür.}$$

} Tamamen farklılar.

**Örnek:**

$\frac{x^2}{16} + xy + 4y^2$  ifadesini çarpanlarına ayırılım.

**Çözüm:**

$$\frac{x^2}{16} \Rightarrow \frac{x}{4} \text{ ün karesidir.}$$

$$4y^2 \Rightarrow "2y" \text{ nin karesidir.}$$

$$xy \Rightarrow 2.\left(\frac{x}{4}\right).(2y) \text{ çarpımıdır.}$$

O halde bu ifade tam karedir.

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{4} + 2y\right)^2 \text{ dir.}$$

**Üç Terimin Karesi**

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy+xz+yz) \text{ dir.}$$

Bunu kullanarak

$$(x+y-z)^2 = x^2 + y^2 + (-z)^2 + 2(xy+x(-z)+y(-z)) \\ = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy-xz-yz) \text{ yazabiliriz.}$$

$$(x-y-z)^2 = x^2 + (-y)^2 + (-z)^2 + 2(x(-y)+x(-z)+(-y)(-z)) \\ = x^2 + y^2 + z^2 + 2(-xy-xz+yz) \text{ yazabiliriz.}$$

**Örnek:**

$(5+x-y)^2$  nin açılımı nedir?

**Çözüm:**

$$(5+x-y)^2 = 5^2 + x^2 + (-y)^2 + 2(5x+5.(-y)+x.(-y)) \\ = 25 + x^2 + y^2 + 2(5x-5y-xy) \\ = 25 + x^2 + y^2 + 10x - 10y - 2xy \text{ dir.}$$

**İki Kare Farkı**

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$(a^2 - 4)$  ifadesini çarpanlara ayırılım.

**Çözüm:**

$$a^2 - 2^2 = (a-2)(a+2) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$(16^x - 9^y)$  ifadesini çarpanlara ayıralım.

**Çözüm:**

$$(4^x)^2 - (3^y)^2 = (4^x - 3^y)(4^x + 3^y) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$$\frac{4-x}{2+\sqrt{x}} = -3 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$$\frac{2^2 - (\sqrt{x})^2}{2 + \sqrt{x}} = -3 \Rightarrow \frac{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})}{2 + \sqrt{x}} = -3$$

$$2 - \sqrt{x} = -3 \Rightarrow -\sqrt{x} = -5 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 \text{ tir.}$$

**Örnek:**

103.97 çarpımı kaçtır?

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} 103.97 &= (100+3)(100-3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 \\ &= 9991 \text{ dir.} \end{aligned}$$

**Örnek:**

$16x^2 - 9y^2 + 24x + 9$  ifadesini çarpanlarına ayıralım.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} 16x^2 + 24x + 9 - 9y^2 &= (4x+3)^2 - (3y)^2 \\ &\underbrace{(4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 3 + 3^2}_{\text{Tam Karedir.}} \\ &= (4x+3)^2 - (3y)^2 \end{aligned}$$

$$= (4x - 3y + 3)(4x + 3y + 3) \text{ tür.}$$

**İki Terimin Toplamının ve Farkının Küpü**

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \text{ tür.}$$

**Örnek:**

$(2x+y)^3$  ün açılımını yapalım.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} (2x+y)^3 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot y + 3 \cdot (2x) \cdot y^2 + y^3 \\ &= 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 \text{ ün açılımını yapalım.}$$

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 &= x^3 - 3x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3x \cdot \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \\ &= x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3} \text{ tür.} \end{aligned}$$

**İki Küp Toplamı ve İki Küp Farkı**

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$x^3 - 125$  ifadesini çarpanlarına ayıralım.

**Çözüm:**

$$x^3 - 5^3 = (x-5)(x^2 + 5x + 25) \text{ tir.}$$

**Not:**

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$a-b=4$  ve  $a^3 - b^3 = 208$  olduğuna göre,  $a.b$  çarpımının değeri kaçtır?

**Çözüm:**

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$208 = 4^3 + 3ab.4$$

$$208 = 64 + 12.ab$$

$$144 = 12.ab \Rightarrow ab = 12 \text{ dir.}$$

**Üç Terimli İfadeleri Çarpanlara Ayırma**

$x^2$  nin katsayısını oluşturan çarpanlar ile sabit terimi oluşturan çarpanlar, çapraz çarpılıp toplandığında  $x$ 'in katsayısını veriyorsa, aşağıdaki gibi çarpanlarına ayrılabilir.

$$\underset{p}{a}x^2 + \underset{p \cdot n + r \cdot n}{b}x + \underset{n}{c} = (px+m)(rx+n) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$x^2 + 5x - 6$  ifadesini çarpanlarına ayıralım.

**Çözüm:**

$$\underset{x}{x^2} + \underset{-x+6x}{5x} - \underset{-1}{6} = (x+6)(x-1) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$2x^2 - 3x - 5$  ifadesini çarpanlarına ayıralım.

**Çözüm:**

$$\underset{1}{2}x^2 - \underset{2+(-5)}{3}x - \underset{1}{5} = (2x-5)(x+1) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$\frac{x + 7\sqrt{x} + 12}{\sqrt{x} + 3}$  ifadesinin en sade hali nedir?

**Çözüm:**

$$\frac{\overset{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \overset{3\sqrt{x}+7\sqrt{x}}{x} \overset{3}{+12}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{(\cancel{\sqrt{x}+3})(\sqrt{x}+4)}{\cancel{\sqrt{x}+3}} = \sqrt{x} + 4 \text{ tür.}$$

**Değişken Değiştirerek Çarpanlarına Ayırma**

Aynı karışık ifadeler için tek bir değişken kullanarak daha basit olarak çarpanlarına ayrılabiliriz.

**Örnek:**

$(x^2 + x)^2 - 4(x^2 + x) - 12$  ifadesini çarpanlarına ayıralım.

**Çözüm:**

$$x^2 + x = a \text{ olsun.}$$

$$\underset{a}{a^2} - \underset{-6}{4a} - \underset{2}{12} = (a-6)(a+2)$$

$$= (x^2 + x - 6)(x^2 + x + 2)$$

$$= (x+3)(x-2)(x^2 + x + 2) \text{ dir.}$$

**Rasyonel İfadeler**

$P(x)$  ve  $Q(x)$  birer polinom ve  $Q(x) \neq 0$  olmak üzere

$\frac{P(x)}{Q(x)}$  şeklindeki ifadelere rasyonel ifadeler denir. Çarpanlarına ayırarak, bu ifadeleri sadeleştirmek mümkün.

**Örnek:**

$\frac{16x^2 - 9y^2}{8x^2 - 6xy - 9y^2}$  ifadesini sadeleştirelim.

**Çözüm:**

$$\frac{\underset{4x}{8}x^2 - \underset{6-12=-6}{6xy} - \underset{-3y}{9y^2}}{\underset{2x}{8}x^2 - \underset{6-12=-6}{6xy} - \underset{-3y}{9y^2}} = \frac{(4x)^2 - (3y)^2}{(4x+3y)(2x-3y)} \left( \frac{\text{İki Kare Farkı}}{ax^2 + bx + c} \right)$$

$$= \frac{(4x-3y)\cancel{(4x+3y)}}{\cancel{(4x+3y)}(2x-3y)} = \frac{4x-3y}{2x-3y} \text{ dir.}$$